COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 JUIN 1898,

PRÉSIDENCE DE M. WOLF.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ARITHMÉTIQUE. — *Formules générales donnant des valeurs de* D *pour lesquelles l'équation* $t^2 - Du^2 = -1$ *est résoluble en nombres entiers*. Note de M. DE JONQUIÈRES.

« En 1830, Legendre résumait l'état de la question en ces termes :

» L'équation sera toujours possible lorsque D est un nombre premier » $4k+1$, et en général il faut que tous les diviseurs premiers de D ou de $\frac{1}{2}$D » soient de la forme $4k+1$; mais cette condition n'est pas suffisante.... » (*Théorie des nombres,* Ire Partie, § XIII, 3e édition, p. 132). Pendant longtemps les choses en restèrent à ce point.

» En 1864, 1865 et 1866, M. Casimir Richaud a publié dans le *Journal de Liouville* un Mémoire (non achevé) qui a fait faire un pas à la question, et dont l'objet, selon l'expression de l'auteur, est de « formuler, dans une

» série de cas, des conditions rigoureuses que doit remplir le déterminant D » pour que l'équation $t^2 - Du^2 = -1$ soit possible en nombres entiers ».

» Je cite aussi l'intéressant Mémoire que M. Carl Störmer a publié, en 1897, à Christiania, sous le titre : *Quelques théorèmes sur l'équation de Pell et leurs applications*, qui ont un but spécial.

» Les résultats que j'ai l'honneur de présenter aujourd'hui à l'Académie ont un autre caractère et n'empruntent rien aux travaux de MM. Richaud et Störmer, ni, que je sache, à aucun autre. Ils consistent en des formules algébriques telles que tous les nombres entiers qui y sont compris satisfont à l'équation précitée. A ce titre, et peut-être aussi par le tour nouveau des démonstrations, je les crois de nature à offrir quelque intérêt aux personnes qui cultivent cette branche des Mathématiques.

» Théorème I. — *L'équation* $t^2 - Du^2 = -1$ *est résoluble en nombres entiers, toutes les fois que* D *est le carré d'un nombre impair, augmenté de* 4, *donc si* $D = 4n^2 + 4n + 5$ ($n = 0, 1, 2, 3, \ldots, n, \ldots$).

» *Démonstration.* — Prenons pour *forme* initiale $f_0 = |1,\ 2n+1,\ -4|$, dont le déterminant est $4n^2 + 4n + 5$, et selon le procédé de Gauss, écrivons la suite des réduites, contiguës par leur dernière partie, en y joignant le Tableau des valeurs correspondantes de la quantité qu'il désigne par la lettre h et des coefficients tranformateurs α, β, γ, δ, savoir :

			h.	α.	β.	γ.	δ.
$f_0 = 1$,	$2n+1$,	-4		1	0	0	1
........,	......,	....	....	.	.	.	.
$f_1 = -4$,	$2n-1$,	$2n+1$	$-n$	0	-1	1	$-n$
$f_2 = 2n+1$,	2,	$-(2n+1)$	1	-1	-1	$-n$	$-(n+1)$
$f_3 = -(2n+1)$,	$2n-1$,	4	-1	-1	2	$-(n+1)$	$2n+1$
$f_4 = 4$,	$2n+1$,	-1	n	2	$2n+1$	$2n+1$	$2n^2+2n+1$
$f_5 = -1$,	$2n+1$,	4	$-(4n+2)$	$2n+1$	$-(8n^2+8n+4)$	$2n^2+2n+1$	$-(8n^3+12n^2+10n+3)$

» Arrêtons-nous à cette cinquième réduite, qui reproduit *inversement* la forme initiale (c'est-à-dire avec les mêmes termes, disposés dans le même ordre, mais avec un changement de signe dans les deux extrêmes), et remarquons que les réduites suivantes f_6, f_7, f_8, f_9 ne sont autre chose, respectivement, que les *inverses* (par le changement de signes des termes extrêmes), savoir

$$|4, 2n-1, -(2n+1)|\ -(2n+1), 2, 2n+1|$$
$$|2n+1, 2n-1, -4|\ -4, 2n+1, 1|,$$

de f_1, f_2, f_3, f_4, de telle sorte que la dixième $f_{10} = |1, 2n+1, -4|$, inverse de f_5, reproduit la forme initiale.

» Il s'ensuit que f_5 est la réduite qui termine la première moitié de la période complète de Gauss, ou, si l'on suit les vues de Lagrange, celle qui, reproduisant la forme initiale avec les signes de ses deux termes extrêmes inversés, termine sa période à lui, telle qu'il l'emploie en y appliquant l'algorithme des fractions continues (moins commode d'ailleurs que l'algorithme dont Gauss fait usage). L'indice 5 est impair; la fraction convergente qui y correspond dans la méthode de Lagrange répond donc à la solution en nombres entiers de l'équation $t^2 - Du^2 = -1$ (*Théorie des nombres*, 3e édition, § V, p. 55). C'est aussi, comme on va le voir, ce que donne, dans la question présente, le procédé de Gauss, en lui faisant subir une légère extension ([1]).

» Faisons, comme dans le cas où la période est complète et en prenant positivement les coefficients de α, δ, γ (ainsi, du reste, que Gauss le prescrit alors, *Disq.*, 198), $t_1 = \frac{1}{2}(\alpha_5 + \delta_5)$ et $u_1 = \frac{\gamma_5}{a}$; nous aurons ici, à cause de $a = 1$, puisque m est aussi égal à 1,

$$t_1 = 4n^3 + 6n^2 + 6n + 2, \quad u_1 = 2n^2 + 2n + 1, \quad \text{avec} \quad D = 4n^2 + 4n + 5.$$

» Substituant ces valeurs dans l'équation $t_1^2 - Du_1^2 = -1$, on trouve qu'elle est satisfaite, car $t_1^2 = 16n^6 + 48n^5 + 84n^4 + 88n^3 + 60n^2 + 24n + 4$,

---

([1]) On pouvait s'attendre à rencontrer dans les deux méthodes une pareille confirmité de résultats, puisque les réduites de Gauss, contiguës par leur dernière partie, ne font en somme que reproduire les coefficients numériques des *transformées* de Lagrange, à la condition de lire de droite à gauche ces transformées, qui sont contiguës par leur première partie, d'y prendre la moitié du terme moyen, et d'y donner toujours le signe + à ce terme qui y est alternativement positif et négatif (*). Je dois dire toutefois que Gauss ne semble pas s'être occupé particulièrement de la solution de l'équation $t^2 - Du^2 = -1$. Il ne s'explique donc pas sur l'application qu'on y pourrait faire, pour obtenir les valeurs convenables de t et u, du procédé qu'il donne au n° 198 des *Disquisitiones* pour résoudre l'équation $t^2 - Du^2 = +m^2$. Je fais voir ici que les mêmes formules s'y adaptent aussi très bien, toutes les fois que la première moitié de la période complète se termine par une réduite inverse de la forme initiale [donc $(-a, b, c)$ au lieu de $(a, b, -c)$], et que cette moitié se compose d'un nombre impair de termes, mais à la condition qu'on admette, *à l'occasion*, des valeurs fractionnaires de t et u, que les théorèmes de la présente Communication ont d'ailleurs pour but d'éviter, dans les cas généraux qui y sont spécifiés.

(*) C'est au P. Pépin que je dois cette remarque de la quasi-identité des transformées de Lagrange avec les réduites de Gauss dans le cas de D positif; remarque dont il m'a paru qu'on pouvait utilement tirer le parti qu'on va voir et qui constitue « l'extension du procédé de Gauss », dont je parle dans le texte.

et Du^2 donne les mêmes termes fonctions de n, avec $+5$ pour le terme constant, au lieu de 4. t_1 et u_1 sont les moindres valeurs de t et u; les valeurs conjuguées suivantes sont données par la formule ordinaire, bien connue.

» Le théorème est donc démontré d'une façon très simple. Néanmoins, j'en vais donner une seconde démonstration, parce que le procédé que j'y emploierai sera utile pour celle du théorème II.

» *Autre démonstration.* — Prenons cette fois pour forme initiale

$$f_0 = |2, 2n+1, -2|$$

(qui met encore mieux en évidence le fait que D est une somme de deux carrés), et écrivons la suite des formes contiguës, en poussant jusqu'à celle, f_3, par laquelle recommence la deuxième période, composée cette fois de deux réduites seulement; nous aurons

	h.	α.	β.	γ.	δ.
$f_0 = \;2,\; 2n+1,\; -2$		1	0	0	1
....	....	.	.	.	.
$f_1 = -2,\; 2n+1,\; 2$	$-(2n+1)$	0	-1	1	$-(2n+1)$
$f_2 = \;2,\; 2n+1,\; -2$	$2n+1$	-1	$-(2n+1)$	$-(2n+1)$	$-(4n^2+4n+2)$
....	....	...	....	....	....
$f_3 = -2,\; 2n+1,\; 2$	$-(2n+1)$	$-(2n+1)$	$4n^2+4n+2$	$-(4n^2+4n+2)$	$8n^3+12n^2+10n+3.$

» La forme f_1 étant l'*inverse* de l'initiale f_0, et terminant (avec l'indice impair 1) la première demi-période de Gauss, c'est-à-dire la période de Lagrange, ne peut manquer de fournir une solution de l'équation proposée par les valeurs de α_1, δ_1, γ_1 de $a = 2$ et de $m = 1$. On trouve ainsi $t = \frac{2n+1}{2}$, $u = \frac{1}{2}$ qui donnent, en effet, $t^2 - D^2 = -1$; mais ces valeurs de t et u ne sont pas des nombres entiers, ainsi que le requiert l'énoncé. Il faut donc aller jusqu'à f_3, dont l'indice est pareillement impair et qui est la deuxième apparition de l'inverse de f_0. Prenant alors les valeurs de α_3, δ_3, γ_3 données par le Tableau, on trouve

$$t = 4n^3 + 6n^2 + 6n + 2, \qquad u = 2n^2 + 2n + 1;$$

c'est-à-dire les mêmes valeurs que par la première démonstration, et, par suite, la même conclusion.

» Il convient de remarquer qu'ici, où h est constamment égal à $\pm(2n+1)$:

» Les valeurs *numériques* des coefficients transformateurs sont celles

des termes d'une série récurrente ayant pour termes initiaux $x = 0$, $x_1 = 1, x_2 = 2n + 1$, et pour échelle de relation $2n + 1, + 1$, en sorte que

» 1° $$x_{i+1} = (2n + 1)x_i + x_{i-1};$$

» 2° $$\alpha_{i+1} = \beta_i = \gamma_i = \delta_{i-1};$$

» 3° α_r et δ_r, de même indice quelconque r, sont de même parité, dès que $r > 1$, de sorte que leur demi-somme arithmétique est toujours un nombre entier;

» 4° Les γ_{2r+1}, de rang impair, sont toujours, dès que $r > 0$, divisibles par 2, en sorte que $\frac{\gamma}{a}$ est toujours entier, puisque $a = 2$.

» De ces remarques il s'ensuit que l'équation $t^2 - Du^2 = -1$ est indéfiniment satisfaite, en prenant simultanément : pour u, la moitié de la valeur d'un terme quelconque de rang impair (sauf x_1) de la série récurrente qui vient d'être définie; pour t, la demi-somme arithmétique des termes de rang pair, dont l'un précède et l'autre suit celui-là dans la même série.

» Théorème II. — *Lorsque* $D = a^2(n^2 + 1)$, *n étant un entier quelconque, l'équation* $t^2 - Du^2 = -1$ *est résoluble en nombres entiers, à la condition qu'on prenne a égal: soit à l'un quelconque* x_{2i+1}, *premier ou non, des termes de rang impair d'une série récurrente ayant* 0, 1 *et* $2n$ *pour termes initiaux, et* $2n, +1$ *pour échelle de relation; soit à l'un des diviseurs de ce terme* x_{2i+1}, *s'il n'est pas premier.*

» La démonstration étant semblable à la deuxième du théorème I, je ne la reproduirai pas. Les valeurs de t et u sont données : pour u par le quotient de la division du terme de rang impair x_{2i+1} qu'on aura choisi, divisé par celui de ses diviseurs qu'on aura pris pour valeur de a; pour t, par la demi-somme des termes de rangs pairs, dont l'un précède et l'autre suit celui-là.

» Comme application, voici deux exemples, dont le premier s'applique, pour n quelconque, au cas où l'on prend $a = \gamma_5 = x_5$.

» Les valeurs successives des six premiers termes de la série récurrente étant

$$x_0 = 0, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 2n, \quad x_3 = 4n^2 + 1,$$
$$x_4 = 2n(4n^2 + 2), \quad x_5 = 16n^4 + 12n^2 + 1, \quad x_6 = 32n^5 + 32n^3 + 6n,$$

et γ_5 étant x_5, on a

$$\alpha_5 = x_4, \quad \delta_5 = x_6,$$

d'où

$$t = \frac{1}{2}[2n(4n^2+2) + 32n^5 + 32n^3 + 6n] = 16n^5 + 20n^3 + 5n,$$

et

$$u = \frac{\gamma_5}{a} = 1,$$

avec

$$D = a^2(n^2+1) = 256n^{10} + 640n^8 + 560n^6 + 200n^4 + 25n^2 + 1,$$

et comme t^2 a précisément pour valeur le second membre de D, privé de son dernier terme 1, il s'ensuit, à cause de $u^2 = 1$, que l'équation

$$t^2 - Du^2 = -1$$

est satisfaite.

» Pour le second exemple, concernant la seconde partie de l'énoncé, nous supposerons que l'on prenne pour a, non plus la valeur même d'un terme de rang impair dans la série, mais l'un des diviseurs de ce terme.

» Il faut évidemment, dans ce cas, quitter le domaine de l'Algèbre pure, donner à n une valeur numérique, telle que 7 par exemple, et choisir (au hasard) parmi les x_{2i+1}, l'un des termes *qui ne sont pas premiers;* la série numérique est, pour $n = 7$:

$$x = 0, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 14, \quad x_3 = 197, \quad x_4 = 2^2.3^2.7.11,$$
$$x_5 = 5.29.269, \quad x_6 = 548842, \text{ etc.},$$

soit pris $\gamma_5 = 5.29.269$ et $a = 269$, l'un des diviseurs de x_5, d'où

$$u = \frac{\gamma_5}{a} = 5.29 = 145$$

et $t = \frac{1}{2}(2772 + 548842) = 275807$; le calcul donne

$$t^2 - Du^2 = 76069501249 - 76069501250 = -1, \text{ etc.} \qquad \text{C. Q. F. T.}$$

» *Remarque.* — Si l'on fait $a = 1$ dans l'énoncé du théorème II, on obtient celui-ci, qui ne semble pas avoir été énoncé, sans doute à cause de son évidence, et qui néanmoins me paraît mériter d'être mentionné à côté du théorème I, dont il est, en quelque sorte, le précurseur ou le pendant :

» *Le carré d'un nombre entier quelconque, augmenté de l'unité, étant pris comme valeur de* D, *l'équation* $t^2 - Du^2 = -1$ *est résoluble.*

» Voici enfin un dernier théorème, négatif cette fois :

» Théorème III. — *Lorsque dans la formule* $D = a^2(n^2+1)$, *n est un multiple de a, l'équation* $t^2 - Du^2 = -1$ *est impossible.*

» En effet, si $n = ma$ ($m = 1, 2, 3, \ldots, m, \ldots$), les termes de la série récurrente écrits plus haut deviennent

$$x = 0, \qquad x_1 = 1, \qquad x_2 = 2ma, \qquad x_3 = 4m^2a^2 + 1,$$
$$x_4 = 8m^3a^3 + 4ma, \qquad \ldots;$$

on y voit que tous les termes de rang pair sont divisibles par a, tandis que ceux de rang impair, terminés par $+1$, ne le sont pas; donc $\frac{\gamma_{2i+1}}{a}$ n'est jamais entier; l'équation $t^2 - Du^2 = -1$ n'est donc pas résoluble en nombres entiers, et la seule possible est $t^2 - Du^2 = +1$, qui l'est toujours, comme l'on sait, quelle que soit la valeur de D. »

ASTRONOMIE. — *Sur la nouvelle comète Giacobini.*
Note de M. **Perrotin**, présentée par M. Bischoffsheim.

« J'ai l'honneur d'adresser à l'Académie les éléments paraboliques provisoires de la comète découverte à Nice le 18 courant par M. Giacobini, et calculés par ce dernier avec les observations des 19, 21 et 23 juin : les observations du 19 et du 23 sont de M. Javelle, celle du 21 a été faite à Bamberg et nous a été télégraphiée par M. Kreutz, directeur du *Centralstelle für astronomische Telegramme*, à Kiel.

Éléments :

T = 1898 juillet 17, 890 temps moyen de Paris.

$$\left.\begin{aligned} \omega &= 16^\circ 19',1 \\ \Omega &= 278^\circ 21',9 \\ i &= 166^\circ 49',1 \end{aligned}\right\} 1898,0$$

$q = 1,5407$

» Comme le mouvement apparent du 18 juin le laissait pressentir, l'inclinaison du plan de l'orbite sur celui de l'écliptique est peu considérable. Les éléments montrent en outre que le mouvement réel de la comète est rétrograde.

» L'éclat de cet astre ne varie pas sensiblement. Son noyau, de 11e gran-

deur environ, a de 6″ à 7″ de diamètre; il est entouré d'une faible nébulosité concentrique qui mesure 30″ tout au plus.

» La nouvelle comète, comme la précédente du même astronome, a été découverte à l'aide de l'équatorial coudé de M. Lœwy.

» M. Giacobini a calculé, avec les éléments ci-dessus, l'éphéméride approchée suivante pour 12^h, temps moyen de Paris :

1898.	Æ.	Ꝺ. Ꝑ.	log. Δ.
Juillet 4	16^h.46^m,8	108°.23′	$\bar{1}$,769
» 6	16.21,7	106.51	
» 8	15.59,8	105.23	$\bar{1}$,817
» 10	15.40,9	103.59	
» 12	15.24,7	102.41	$\bar{1}$,873
» 14	15.10,9	101.31	
» 16	14.59,0	100.28	$\bar{1}$,930
» 18	14.48,8	99.32	
» 20	14.40,0	98.43	$\bar{1}$,985
» 22	14.32,8	98. 0	
Juillet 24	14.26,0	97.22	0,035

» *Nota.* — Sur notre demande, plusieurs observations de la comète nous ont été transmises obligeamment par MM. Stéphan, Baillaud et Gruey. Nous les aurions utilisées si le brouillard qui nous a empêché de la mesurer le 20 et le 21 avait persisté; elles nous ont permis néanmoins de contrôler celles de Nice, et nous les mettrons à profit dans une détermination ultérieure et plus précise des éléments de l'orbite. »

RAPPORTS.

MÉCANIQUE. — *Rapport sur un Mémoire de M.* Lecornu, *intitulé : « Sur l'équilibre d'une enveloppe ellipsoïdale soumise à une pression intérieure uniforme ».*

(Commissaires : MM. G. Darboux; Maurice Lévy, rapporteur.)

« Poisson a, le premier, mis en équation le problème de la recherche des tensions qui se produisent dans une surface matérielle supposée parfaitement flexible et inextensible, maintenue en équilibre par des forces extérieures. Prenant, comme variables indépendantes, deux des trois coordonnées cartésiennes d'un point de la surface, il a montré, en appliquant les équations d'équilibre intérieur auxquelles il était parvenu en même temps que Cauchy, que les trois tensions inconnues à déterminer en chaque

point de la surface donnée sont liées, entre elles, d'abord par une équation linéaire qui permet d'éliminer immédiatement l'une d'elles, puis par deux équations à dérivées partielles du premier ordre également linéaires, de sorte que la recherche de toutes les tensions est ramenée à l'intégration de deux pareilles équations, ou, si l'on veut, à l'intégration d'une seule équation linéaire à dérivées partielles du second ordre.

» Les équations de Poisson sont de forme très simple; son Analyse est assez laborieuse. Lamé lui a donné une forme intuitive qui rend le résultat immédiat. Mais il n'en tire aucune conséquence nouvelle.

» La question a été reprise, en 1880, par M. Lecornu dans un Mémoire publié au *Journal de l'École Polytechnique*, puis, un peu plus tard, en 1882, par Beltrami dans les *Mémoires de l'Institut de Bologne*, et enfin, en 1886, bien qu'à un point de vue plus géométrique que mécanique, par Weingarten au *Journal de Crelle*.

» M. Lecornu, dans son Mémoire de 1880, a établi les équations d'équilibre corrélatives de celles de Poisson, mais en rapportant la surface à un réseau de lignes orthogonales tracées sur elle. Il a démontré cette proposition fondamentale dans la matière : *Les équations qui régissent les deux forces élastiques normales et la force élastique tangentielle qui s'exercent sur les éléments des deux courbes coordonnées passant par chaque point d'une surface, dans le cas où elle n'est soumise à aucune force extérieure, sont identiques à celles qui régissent les variations qu'éprouveraient les courbures normales et la torsion géodésique de ces mêmes éléments, par une déformation infiniment petite de la surface*. S'il y a des forces extérieures, les équations restent les mêmes, sauf addition de seconds membres connus.

» M. Lecornu a fait cette autre remarque, conséquence de la précédente et qui ressort bien aussi des équations de Poisson : *que les caractéristiques de l'équation du second ordre à laquelle se ramène le problème sont les lignes asymptotiques de la surface considérée*.

» Le problème de Statique relatif à la recherche des tensions d'une surface en équilibre se trouve ainsi ramené au problème purement géométrique de la déformation infiniment petite de cette surface supposée inextensible, problème que M. Darboux a traité, avec une grande ampleur, dans le 4e Volume de ses *Leçons sur la Théorie des surfaces* et auquel il a rattaché, outre ses propres recherches, remontant à une Communication orale faite en 1873 à la Société Mathématique de France, celles de MM. Moutard et Ribaucour sur les couples de surfaces applicables l'une

sur l'autre que l'on obtient dans l'étude des surfaces à correspondance ponctuelle telle que deux éléments correspondants soient rectangulaires.

» Mais, en Mécanique, il ne suffit pas d'intégrer des équations différentielles, il faut déterminer les arbitraires introduites par l'intégration. Or, cette détermination, en ce qui touche les tensions d'une surface en équilibre, est le plus souvent impossible, faute de données suffisantes, tant qu'on suppose la surface inextensible. Ainsi, les tensions d'une calotte superficielle limitée par un bord fixe sont indéterminées tant qu'on ne suppose pas la surface élastique, c'est-à-dire extensible. Mais que deviennent les fonctions arbitraires entrant dans les équations intégrales, lorsque la surface en équilibre est fermée et que, par suite, il n'y a plus de condition au pourtour à remplir?

» Dans son Mémoire de 1880, M. Lecornu a montré que, pour un ellipsoïde de révolution, les fonctions arbitraires sont entièrement déterminées par la seule condition imposée aux tensions inconnues de rester finies sur toute la surface.

» Le premier et principal objet du Mémoire actuel du même auteur est d'étendre cette proposition au cas plus complexe d'une surface ellipsoïdale quelconque.

» On pourrait être tenté de mettre en doute l'intérêt d'une pareille démonstration pour une surface aussi particulière que l'ellipsoïde et penser que le mode d'équilibre d'une surface fermée quelconque doit être unique.

» Rien n'est moins évident, *a priori*, lorsque la surface est supposée inextensible et même la proposition n'est vraisemblable que pour les surfaces fermées convexes. Pour celles-ci, il semble qu'on puisse, en effet, l'établir en mettant à profit le rapprochement entre l'équilibre et la déformation infiniment petite, établi, comme nous l'avons dit plus haut, par M. Lecornu lui-même. Voici le raisonnement qu'on pourrait tenir :

» Les équations d'équilibre étant linéaires, il suffit, pour établir qu'un seul système de tensions répond à un système de forces extérieures données, de prouver qu'à des forces extérieures nulles ne peuvent correspondre que des tensions elles-mêmes nulles. Or, en l'absence de forces extérieures, les tensions, nous l'avons vu, sont proportionnelles aux variations de courbure résultant d'une déformation infiniment petite de la surface. Si donc on admet comme prouvé qu'une surface fermée convexe est indéformable, la proposition est établie.

» Mais l'indéformabilité d'une surface fermée convexe n'a pas été dé-

montrée par voie directe. On sait, d'après Cauchy, qu'une surface polyédrale convexe, dont les faces sont supposées rigides, est indéformable. On en conclut, par voie de limite, qu'il doit en être de même pour une surface fermée convexe. Mais une démonstration directe de la proposition ne serait pas inutile et offrirait sans doute de grandes difficultés à cause des restrictions que comporte la proposition : il faut que la surface soit convexe, il faut que la déformation se fasse sans plis, sans arêtes vives, sans changements brusques dans les courbures, toutes conditions qui doivent rendre une démonstration analytique fort délicate.

» Profitant toujours, mais en sens inverse, de l'identité entre le problème de Statique et le problème de Géométrie, on pourrait être tenté de recourir à quelque méthode analogue à celle par laquelle Dirichlet établit l'unité de solution des problèmes de l'équilibre de température et de l'équilibre élastique pour les corps à trois dimensions. Mais là il n'y a pas ces restrictions dont nous venons de parler, en sorte que la méthode, qui réussit là, ne réussirait sans doute pas ici.

» Ces considérations montrent que le problème, si particulier soit-il, que s'est proposé M. Lecornu a son intérêt, et la marche qu'il a suivie pour le résoudre en offre elle-même.

» Rapportant l'ellipsoïde à ses lignes de courbure, il n'a eu qu'à faire application de son Mémoire de 1880 pour trouver les équations qui régissent les trois tensions inconnues à déterminer en chaque point. Puis il a fait un changement de variables qui revient à rapporter provisoirement la surface à ses deux systèmes de génératrices rectilignes imaginaires. Il a pu combiner les équations ainsi obtenues de façon à n'avoir dans chacune d'elles qu'une seule inconnue et qu'en outre cette inconnue n'entre dans l'équation que par elle-même et une seule de ses dérivées partielles. Le problème s'est trouvé ainsi ramené à l'intégration d'une équation différentielle ordinaire et linéaire, c'est-à-dire à une quadrature, en remplaçant la constante d'intégration par une fonction arbitraire de celle des variables relativement à laquelle la dérivée de l'inconnue n'intervient pas.

» L'une des équations différentielles étant intégrée, l'autre s'ensuit par échange de lettres et, avec la relation en termes finis qui existe entre les trois tensions, toutes les inconnues sont obtenues à l'aide de deux fonctions arbitraires dépendant chacune d'un argument complexe.

» Cette simplification très grande d'un système d'équations qui, rapporté aux lignes de courbure, se présentait assez compliqué, s'explique si

l'on continue à ne pas perdre de vue l'identité du problème avec celui de la déformation infiniment petite de la surface envisagée. On sait, en effet, que toute surface réglée peut se déformer en restant réglée; la déformation ne dépend alors que d'un paramètre et, par suite, d'une équation différentielle ordinaire. Si la déformation est infiniment petite, cette équation différentielle est linéaire, n'exigeant, par suite, qu'une quadrature. Si l'on applique ce résultat successivement aux deux systèmes de génératrices de l'ellipsoïde et qu'on superpose les deux déformations infinitésimales qui en résultent, on obtient, et c'est là une remarque faite par M. Darboux dans ses *Leçons sur la Théorie des surfaces,* la déformation infinitésimale la plus générale de la surface. C'est l'équivalent de ces équations que M. Lecornu a obtenu par son analyse et c'est ce qui en explique le succès sans en amoindrir la valeur.

» La quadrature à laquelle il est amené est de celles que l'on peut faire; mais elle exige des calculs que M. Lecornu a jugés inabordables par voie directe. Il a appelé à son aide quelques propriétés des transcendantes elliptiques de Jacobi, bien que ces transcendantes doivent disparaître en dernière analyse, pour faire place à des expressions algébriques et réelles par le retour aux coordonnées elliptiques. Il particularise d'abord la fonction arbitraire introduite par la quadrature, de façon que l'expression intégrée reste finie sur toute la surface de l'ellipsoïde. Il s'ensuit que la fonction arbitraire à y ajouter doit elle-même rester finie pour qu'il en soit de même des tensions. Or, la variable imaginaire dont dépend cette fonction peut prendre toutes les valeurs possibles sur la surface de l'ellipsoïde. La fonction arbitraire uniforme et continue par la nature des choses est donc telle qu'elle ne puisse devenir infinie pour aucune valeur de sa variable. Il en résulte qu'elle se réduit à une constante, et comme il y a sur l'ellipsoïde des points pour lesquels cette constante est nulle, il s'ensuit qu'elle est identiquement nulle, et ainsi les expressions obtenues sont complètement déterminées. En revenant aux coordonnées elliptiques, elles prennent une forme algébrique très simple et très symétrique.

» M. Lecornu discute les résultats obtenus; il montre comment varient les tensions sur une ligne de courbure, en particulier sur les sections principales de l'ellipsoïde. Il détermine le réseau orthogonal formé par les lignes isostatiques, c'est-à-dire celles qui ne supportent que des tensions normales appelées par Lamé les *forces principales.* Ces lignes, en raison de leur orthogonalité même, rappellent jusqu'à un certain point

les lignes de courbure. Les points particuliers, pour lesquels les deux tensions principales sont égales, possèdent nécessairement cette propriété que tous les éléments linéaires qui y passent ne supportent que des tensions normales et égales entre elles. Ils rappellent les ombilics et M. Lecornu les appelle les *ombilics mécaniques*.

» A l'aide d'une ingénieuse représentation sur le plan, M. Lecornu se rend compte de l'allure générale des lignes isostatiques et établit quelques rapprochements entre elles et les lignes de courbure.

» En résumé, le travail de M. Lecornu constitue un exercice intéressant par la discussion complète à laquelle il se prête. Il montre, par un exemple précis, le lien étroit, découvert précédemment par l'auteur, qui existe entre le problème de l'équilibre intérieur d'une surface et celui de sa déformation infiniment petite. La Commission a, en conséquence, l'honneur d'en proposer l'insertion au *Recueil des Savants étrangers*, bien qu'il soit à sa connaissance que l'auteur le destine à un autre Recueil. »

Les conclusions du Rapport sont mises aux voix et adoptées.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **J.-E. Bachelet** adresse une Note intitulée : « Stoppeur automatique rendant impossible la collision des trains ».

(Renvoi à la Section de Mécanique.)

M. **S. Pillsbury** adresse une Note sur « Une méthode de traitement de la tuberculose ».

(Renvoi au Concours des prix de Médecine et Chirurgie.)

M. **Bergeaud** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire ayant pour titre : « Entomologie intertropicale. Particularités sur les mœurs de quelques insectes ».

(Commissaires : MM. Milne-Edwards, Perrier.)

M. **Willot** adresse un Mémoire « Sur la destruction des Nématodes et de tous les insectes qui se trouvent dans le sol, le phylloxera compris ».

(Commissaires : MM. Chatin, Schlœsing, Dehérain, Perrier et Müntz.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie la perte que la Science vient de faire dans la personne de M. *Paul Serret,* décédé à Paris le 24 juin 1898.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Un Ouvrage intitulé : « Recueil de données numériques publié par la Société française de Physique. — Optique, par M. *H. Dufet*. Premier fascicule : Longueurs d'onde, indices des gaz et des liquides ». (Présenté par M. Wolf.)

Un Ouvrage de M. *Émile Borel* ayant pour titre : « Leçons sur la théorie des fonctions ». (Présenté par M. Darboux.)

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Coddington, faites à l'observatoire d'Alger, à l'équatorial de* 0^m^, 188; par MM. **Ch. Trépied** et **J. Renaux**, présentées par M. Lœwy.

Dates 1898.	Étoiles de comparaison.	Grandeur.	Comète — Étoile. Ascension droite.	Comète — Étoile. Déclinaison.	Nombre de comparaisons.	Obs.
Juin 14..	*a* Cordoba n° 962	$8\frac{1}{2}$	+0.45,65 (m s)	+ 3'.13",4	8:8	T
15..	*b* Cordoba n° 981	$8\frac{1}{2}$	−2.54,08	+ 8. 1,0	8:8	T
15..	»	»	−2.57,96	+ 7.17,0	10:10	R
16..	*c* Cordoba n° 449	8	+1.14,97	−11.12,9	8:8	T
16..	»	»	+1.11,31	−11.52,9	10:10	R
17..	*d* Cordoba n° 425	$7\frac{1}{2}$	−1.51,65	+ 0. 4,5	10:10	T
17..	»	»	−1.57,27	− 0.54,6	10:10	R
18..	*e* Cordoba n° 119	$9\frac{1}{2}$	−1. 0,48	+ 4.21,9	10:10	T
18..	»	»	−1. 4,86	+ 3.39,3	10:10	R

Positions des étoiles de comparaison.

Dates. 1898.	★	Asc. droite moyenne 1898,0.	Réduction au jour.	Déclinaison moyenne 1898,0.	Réduction au jour.	Autorités.
		h m s	s	° ′ ″	″	
Juin 14.	*a*	16.15. 2,23	+4,23	−26.59.14,4	−13,2	Zones de Cordoba.
15.	*b*	16.15.18,22	+4,26	−27.41.11,7	−13,2	»
16.	*c*	16. 7.39,99	+4,24	−27.59.29,4	−14,0	»
17.	*d*	16. 7.18,47	+4,27	−28.47.41,2	−14,2	»
18.	*e*	16. 2.52,86	+4,28	−29.29.20,3	−14,8	»

Positions apparentes de la comète.

Dates. 1898.	Temps moyen d'Alger.	Ascension droite apparente.	Log. fact. parallaxe.	Déclinaison apparente.	Log. fact. parallaxe.	Obs.
	h m s	h m s		° ′ ″		
Juin 14.	9.57. 6	16.15.52,11	$\bar{1},031_n$	−26.56.14,2	0,895	T
15.	9.32.52	16.12.28,40	$\bar{1},160_n$	−27.33.23,9	0,894	T
15.	9.59.34	16.12.24,52	$\bar{2},923_n$	−27.34. 7,9	0,899	R
16.	9.34.10	16. 8.59,20	$\bar{1},099_n$	−28.10.56,3	0,898	T
16.	9.58.54	16. 8.55,54	$\bar{2},935_n$	−28.11.36,3	0,902	R
17.	9.23.18	16. 5.31,09	$\bar{1},128_n$	−28.47.50,9	0,899	T
17.	9.58.59	16. 5.25,47	$\bar{2},699_n$	−28.48.50,0	0,904	R
18.	9.39.58	16. 1.56,66	$\bar{2},897_n$	−29.25.13,2	0,905	T
18.	10. 8. 8	16. 1.52,28	$\bar{2},084_n$	−29.25.55,8	0,907	R

» Juin 16. — La comète se présente sous la forme d'une nébulosité arrondie de 3′ environ de diamètre avec un noyau central dont l'éclat est comparable à celui d'une étoile de la grandeur 9,5. L'ascension droite et la déclinaison du noyau paraissent un peu plus faibles que celles du centre de la nébulosité.

» Les comparaisons se rapportent au noyau. »

ASTRONOMIE. — *Éléments de la comète Giacobini.* Note de M. I. Lagarde, présentée par M. Lœwy.

« J'ai déduit les éléments qui suivent des observations faites à Paris les 19 et 21 juin par M. Bigourdan et le 23 juin par M. Fayet. Les calculs ont tous été faits avec cinq décimales et les observations ont été, préalablement, corrigées de la parallaxe et de l'aberration, au moyen des données déduites des éléments calculés par M. Kreutz.

Temps du passage au périhélie, 1898, juillet 26, 1523, temps moyen de Paris.

Longitude du périhélie..........................	301°.13′.45″	Écliptique
Longitude du nœud	278.17.21	et équinoxe moyens
Inclinaison..................................	166.51.17	de 1898,0.
Logarithme de la distance du périhélie	0,17536	

Représentation du lieu moyen :

$\cos\beta.d\lambda$ .... $+3''$

$d\beta$ .... $-1''$

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Détermination d'une surface par ses deux formes quadratiques fondamentales*. Note de M. **L. Raffy**. (Extrait d'une lettre à M. G. Darboux.)

« Le problème qui consiste à *déterminer une surface, connaissant son élément linéaire* $\mathrm{E}\,du^2 + 2\mathrm{F}\,du\,dv + \mathrm{G}\,dv^2$ *et la forme quadratique invariante* $\delta\,du^2 + 2\delta'\,du\,dv + \delta''\,dv^2$, qui égalée à zéro définit les lignes asymptotiques, est un de ceux auxquels on se trouve le plus souvent ramené. La remarquable méthode du trièdre mobile, que vous développez au t. I de vos *Leçons*, ne s'appliquant pas immédiatement au cas général où la surface est rapportée à des coordonnées curvilignes *obliques*, vous trouverez peut-être quelque intérêt à la suivante, qui revient à déterminer seulement, mais à la fois, les cosinus directeurs a, b, c de la normale à la surface.

» Des deux relations de Gauss

$$\mathrm{H}^2 a'_u = (\mathrm{F}\delta' - \mathrm{G}\delta)x'_u + (\mathrm{F}\delta - \mathrm{E}\delta')x'_v,$$
$$\mathrm{H}^2 a'_v = (\mathrm{F}\delta'' - \mathrm{G}\delta')x'_u + (\mathrm{F}\delta' - \mathrm{E}\delta'')x'_v,$$

on tire aisément les formules que voici

$$\frac{\partial x}{\partial u} = \frac{\mathrm{F}\delta' - \mathrm{E}\delta''}{\delta\delta'' - \delta'^2}\frac{\partial a}{\partial u} + \frac{\mathrm{E}\delta' - \mathrm{F}\delta}{\delta\delta'' - \delta'^2}\frac{\partial a}{\partial v},$$
$$\frac{\partial x}{\partial v} = \frac{\mathrm{G}\delta' - \mathrm{F}\delta''}{\delta\delta'' - \delta'^2}\frac{\partial a}{\partial u} + \frac{\mathrm{F}\delta' - \mathrm{G}\delta}{\delta\delta'' - \delta'^2}\frac{\partial a}{\partial v},$$

et qui se réduisent à celles d'Olinde Rodrigues pour $\mathrm{F} = \delta' = 0$. Elles montrent qu'il suffit de connaître a, b, c pour obtenir x, y, z par l'intégration de trois différentielles exactes.

» Or, connaissant E, F, G, δ, δ', δ'', on connaît par là même l'élément

linéaire $d\sigma^2$ de la représentation sphérique du réseau (u, v), et l'on a

$$a^2 + b^2 + c^2 = 1,$$

$$d\sigma^2 = da^2 + db^2 + dc^2 = E'\,du^2 + 2F'\,du\,dv + G'\,dv^2,$$

relations que l'on peut remplacer par le système équivalent

$$a = \frac{1 - \alpha\beta}{\alpha - \beta}, \qquad b = i\frac{1 + \alpha\beta}{\alpha - \beta}, \qquad c = \frac{\alpha + \beta}{\alpha - \beta},$$

$$4\frac{d\alpha\,d\beta}{(\alpha - \beta)^2} = E'\,du^2 + 2F'\,du\,dv + G'\,dv^2.$$

» Désignant par H'^2 le discriminant $E'G' - F'^2$, nous poserons

$$(1)\qquad \begin{cases} 2\,d\alpha = e^t\,(\alpha - \beta)\left(\sqrt{E'}\,du + \dfrac{F' + iH'}{\sqrt{E'}}\,dv\right), \\ 2\,d\beta = e^{-t}(\alpha - \beta)\left(\sqrt{E'}\,du + \dfrac{F' - iH'}{\sqrt{E'}}\,dv\right). \end{cases}$$

» Les conditions d'intégrabilité de ces deux expressions différentielles reviennent aux deux suivantes :

$$-\frac{2iH'}{\sqrt{E'}}\frac{\partial t}{\partial u} + iH'(e^t + e^{-t}) + 2\frac{\partial\sqrt{E'}}{\partial v} - 2\frac{\partial}{\partial u}\frac{F'}{\sqrt{E'}} = 0,$$

$$2iH'\frac{\partial t}{\partial v} - \frac{iH'}{\sqrt{E'}}\left[(F' + iH')e^t + (F' - iH')e^{-t}\right] - F'\frac{\partial E'}{\partial v} - \frac{\partial G'}{\partial u} = 0.$$

» Ce sont là deux équations de Riccati, relativement à la fonction e^t. Elles s'accordent (en vertu de la condition qui exprime que la courbure totale de $d\sigma^2$ est égale à l'unité) pour définir une fonction e^t dépendant d'une constante arbitraire.

» Une fois ces équations intégrées, l'expression

$$2\frac{d\alpha - d\beta}{\alpha - \beta} = e^t\left(\sqrt{E'}\,du + \frac{F' + iH'}{\sqrt{E'}}\,dv\right) - e^{-t}\left(\sqrt{E'}\,du + \frac{F' - iH'}{\sqrt{E'}}\,dv\right)$$

est une différentielle exacte, en vertu des conditions que vérifie e^t. On connaît donc la fonction $\alpha - \beta$, à un facteur constant près. Il suffit de la substituer dans l'une des équations (1) pour déterminer α et β, qui dépendront visiblement de trois constantes. Le rôle de ces arbitraires est bien connu. On sait qu'on peut leur assigner des valeurs déterminées.

» J'ai fait quelques applications de cette méthode, notamment au cas où la sphère est rapportée à une famille de géodésiques et à leurs trajectoires

orthogonales, ainsi qu'au cas où $d\sigma^2$ se présente sous la forme $\lambda(u, v)du dv$. Mais il est plus simple, dans ce dernier cas, de profiter du résultat élégant que vous avez donné au n° 52 de vos *Leçons* et qui revient au fond à ceci : *Étant données deux surfaces à courbures totales constantes et égales,* dont on connaît les lignes de longueur nulle, *on peut obtenir sans aucune intégration les relations finies qui réalisent l'application de ces surfaces l'une sur l'autre.*

» Cette conclusion, implicitement contenue dans votre texte, semble n'avoir pas été assez remarquée. Elle a certainement échappé à l'auteur d'un Travail assez récent (A. Wangerin, *Festschriften der Universität Halle-Wittenberg*, 1894) qui cite un passage du t. III de vos *Leçons* et, estimant que vous n'avez pas traité le problème, en donne une solution qui revient à effectuer les calculs dont on est dispensé par votre méthode. »

GÉOMÉTRIE. — *Sur le principe de correspondance.* Note de M. **H. Burkhardt**, présentée par M. Picard.

« I. Soit donnée, sur une courbe algébrique de genre p, une correspondance (α, β), c'est-à-dire une relation analytique entre deux points x, y de la courbe, telle que, le point $x(y)$ étant donné, il y ait $\beta(\alpha)$ positions possibles pour le point $y(x)$. On appelle *point de coïncidence* un point x qui coïncide avec l'un des points y qui lui correspondent. On sait qu'*en général* on peut définir un nombre entier k, positif, nul ou négatif, de telle manière que le nombre C des points de coïncidence soit égal à $\alpha + \beta + 2kp$; on appelle ce nombre k *la valeur* de la correspondance. Sur des courbes spéciales, il y a des correspondances exceptionnelles qui ne sont pas *à valeur*. En suivant la voie ouverte par M. Hurwitz pour le cas de $\alpha = \beta = 1$ (*Math. Ann.*, t. XLI, p. 406; 1893), on peut démontrer le théorème, valable tant pour les correspondances à valeur que pour les correspondances exceptionnelles :

» *Le nombre des coïncidences d'une correspondance* (α, β) *sur une courbe de genre* p *n'est jamais supérieur à* $(\alpha + \beta)(p + 1)$.

» Car, soit x_0 un point de la surface de Riemann représentant l'équation de la courbe, qui ne soit ni un point de Weierstrass, ni un point de coïncidence de la correspondance donnée. On peut former une fonction de la surface, qui devient infinie de l'ordre $p + 1$ exactement au point x_0 et qui ne devient infinie nulle part ailleurs. Soit z la valeur de cette fonction au point variable x; z', z'', ..., $z^{(\beta)}$ ses valeurs aux points y', y'', ..., $y^{(\beta)}$ qui

correspondent à x. Le produit

$$(z-z')(z-z'')\dots(z-z^{(\beta)})$$

représente une fonction de x, univoque sur la surface. Il devient infini :

» De l'ordre $\beta(p+1)$ au point $x=x_0$;

» De l'ordre $p+1$ à chacun des α points x qui correspondent à $y=x_0$; nulle part ailleurs.

» Parmi ses zéros, on trouve les C points de coïncidence. Le nombre des zéros d'une fonction algébrique étant égal au nombre de ses infinis, on en conclut :

$$C \leqq (\alpha+\beta)(p+1) \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

» La démonstration se trouverait en défaut si la fonction z prenait la même valeur dans deux points correspondants variables; car alors le produit serait identiquement égal à zéro. Mais dans ce cas le point x_0 serait un point de coïncidence, contre l'hypothèse.

» Quand la correspondance est à valeur, on conclut :

$$k \leqq \tfrac{1}{2}(\alpha+\beta),$$

c'est-à-dire la valeur positive la plus grande possible est égale et opposée à la valeur négative la plus grande possible.

» En prenant pour x_0 un point de Weierstrass, on peut obtenir des limites plus serrées; mais alors il faut excepter les correspondances pour lesquelles les points de Weierstrass sont des points de coïncidence.

» II. En se plaçant sous un autre point de vue, on peut *définir* le nombre k par l'équation $C=\alpha+\beta+2kp$, même pour les correspondances exceptionnelles. Alors on peut se demander si ce nombre est toujours un nombre entier. Je ne sais pas si l'on a déjà remarqué qu'il est fractionnaire dans l'exemple suivant : La courbe $z^3+s^2-1=0$ admet la correspondance $(1, 1)\,z'=\varepsilon z$, $s'=s$, ε étant une racine troisième de l'unité. Les points de coïncidence sont :

$$(s=\infty,\ z=\infty); \qquad (s=1,\ z=0); \qquad (s=-1,\ z=0).$$

» On s'assure aisément, soit par des considérations algébriques, soit en introduisant comme variable uniformisante l'intégrale de première espèce

$$u=\int \frac{dz}{s},$$

que chacun de ces trois points ne doit entrer en ligne de compte que pour un seul point de coïncidence. Donc $C = 3$, $k = \frac{1}{2}$. »

PHYSIQUE. — *Sur le mélange des gaz*. Extrait d'une lettre de M. **Van der Waals** à M. H. Becquerel.

« Les *Comptes rendus* du 13 juin renferment une Note de M. Daniel Berthelot, *Sur le mélange des gaz*, au sujet de laquelle je voudrais faire quelques remarques que je vous prie de communiquer à l'Académie.

» M. D. Berthelot admet, pour la compression d'un mélange, une formule analogue à celle d'un gaz simple, et bien de la forme

$$\left(p + \frac{A}{v^2}\right)(v - B) = R_1 T.$$

» C'est précisément la forme que j'ai admise pour un mélange dans ma *Théorie moléculaire d'une substance composée de deux matières différentes* (*Arch. Néerl.*, t. XXIV; 1891). Quant à la forme de la formule je suis donc d'accord avec lui. Mais, quant à la valeur de A et B, il y a une différence entre les suppositions de M. D. Berthelot et celles que j'ai pu admettre, principalement quant à la valeur de A. J'ai posé

$$A = a_1(1 - x^2) + 2a_{1.2}x(1 - x) + a_2 x^2,$$

ce qui, dans la supposition de M. D. Berthelot, devient

$$A = \frac{p^2\alpha_1 + 2pq\,\alpha_{1.2} + q^2\alpha_2}{(p+q)^2}$$

tandis que M. D. Berthelot écrit

$$A = \frac{p^2\alpha_1 + 2pq\sqrt{\alpha_1\alpha_2} + q^2\alpha_2}{(p+q)^2}$$

croyant que par raison de symétrie, il faut conclure

$$\alpha_{1.2} = \sqrt{\alpha_1\alpha_2}.$$

» J'ai toujours cru que quant à la valeur de α_{12} on ne peut rien conclure *a priori* du principe de symétrie; il s'ensuit seulement que le second terme de A doit renfermer les coefficients p et q de la même manière; mais quant à la valeur de $\alpha_{1.2}$ elle pourrait être tout autre que $\sqrt{\alpha_1\alpha_2}$. L'attrac-

tion moléculaire ne dépend pas simplement du poids moléculaire, mais possède quelque chose de spécifique, dont on n'a pas encore trouvé la cause, mais qui pourtant subsiste.

» J'ai pu me convaincre par les propriétés des courbes critiques (courbes de plissement de ma théorie) [1] que deux cas peuvent être distingués

$$\alpha_{1.2} < \sqrt{\alpha_1 \alpha_2} \quad \text{et} \quad \alpha_{1.2} > \sqrt{\alpha_1 \alpha_2}.$$

» Selon mes vues il n'est donc pas possible de calculer la densité d'un mélange en ne connaissant que les propriétés des gaz qui le composent, comme M. D. Berthelot a fait. Il faut en outre connaître la valeur de $\alpha_{1.2}$. Il se peut bien que dans beaucoup de cas la valeur de $\alpha_{1.2}$ s'éloigne peu de $\sqrt{\alpha_1 \alpha_2}$, mais la densité calculée dans cette hypothèse ne peut être regardée que comme approchée. »

PHYSIQUE. — *Sur le mélange des gaz.* Note de M. **Daniel Berthelot.**

« Les observations présentées au sujet de ma Note récente sur le mélange des gaz par M. Van der Waals, et sur le fond desquelles je suis entièrement d'accord avec l'éminent physicien hollandais, dont les travaux ont jeté une si vive lumière sur la théorie des gaz, m'engagent à préciser quelques points, sur lesquels la brièveté de ma rédaction ne m'avait pas permis d'insister.

» Le but de ma Note était surtout d'établir le mode de raisonnement applicable aux cas de ce genre. Si l'on prend deux gaz sous une pression quelconque, et si on les mélange, il paraît difficile de rien prévoir sur les effets du mélange, ces deux gaz n'étant pas dans des états comparables.

» J'ai fait voir que, pour surmonter cette difficulté, il faut supposer qu'on détende les gaz séparés jusqu'à une pression infiniment faible, qu'on les mélange alors, puis qu'on comprime le mélange.

» Mais pour appliquer ce raisonnement à des cas réels, pour déduire par exemple en toute rigueur la densité d'un mélange de celle de ses constituants, il serait nécessaire, comme l'indique M. Van der Waals, de connaître non seulement la loi de compressibilité des gaz séparés, mais encore

---

[1] *Verslag. koninkl. Akademie Amsterdam,* nov. 1897, dont la traduction paraîtra prochainement dans les *Arch. Néerl.*

celle du mélange même [1]. Or, nous manquons presque entièrement de données expérimentales sur ce point.

» A défaut d'expériences directes, je me suis demandé dans le cas auquel je me suis expressément borné dans toutes mes Communications, cas très restreint au point de vue physique et analytique, bien que particulièrement important au point de vue chimique, celui d'une pression voisine de la pression atmosphérique, si l'on ne pourrait pas y suppléer par une hypothèse simple, dont on vérifierait ensuite les conséquences. C'est à ce titre que j'ai admis $\alpha_{1.2} = \sqrt{\alpha_1 \alpha_2}$; et de fait, les vérifications numériques se sont trouvées fort satisfaisantes, même pour des gaz comme l'anhydride sulfureux, qui s'écartent notablement de la loi de Mariotte. Ce résultat méritait d'être signalé, l'énoncé classique de Dalton sur le mélange des gaz, aussi bien que l'énoncé dans lequel on substitue les volumes aux pressions, étant également en défaut dans ce cas.

» Si l'on s'éloignait du voisinage de la pression atmosphérique, le mode de raisonnement que j'ai proposé serait encore applicable; mais des expériences nouvelles deviendraient sans doute nécessaires pour fixer les coefficients de la formule de compressibilité du mélange.

» La question de la compressibilité d'un mélange de gaz au voisinage du point critique est en effet un problème beaucoup plus complexe que celui que j'ai abordé; on n'arrivera sans doute à l'élucider qu'en suivant la voie tracée par les belles expériences de MM. Cailletet, Van der Waals et Kuenen, et par les profondes recherches théoriques de M. Van der Waals. »

---

(1) *Cf.* la remarque analogue que je faisais sur le mélange tonnant, $H^2 + O$ (*Comptes rendus*, t. CXXVI, p. 1031; 1898). On sait d'ailleurs que le mélange préparé par électrolyse ne répond pas en général à la composition exacte $H^2 + O$, mais renferme un excès d'hydrogène, à cause de la formation de produits secondaires (acide persulfurique et eau oxygénée, ou peroxydes alcalins). C'est ainsi que M. Morley, ayant trouvé que la densité par rapport à l'oxygène du mélange résultant de l'électrolyse d'une solution alcaline était égale à 0,37475 (M. Leduc a trouvé 0,37479), a constaté, en analysant les mélanges qu'il avait obtenus, qu'ils renfermaient un excès d'hydrogène lequel représentait de 0,00019 à 0,00042 du volume total du gaz: ce qui entraîne une correction de 0,00057 à 0,00126 pour la valeur du rapport $H^2 : O$ qui exprime la composition en volumes de l'eau (*Zeitschrift für physik. Chemie*, t. XX, p. 430; 1896).

PHYSIQUE. — *Sur le mélange des gaz.* Note de M. A. **Leduc**, présentée par M. Lippmann.

« Dans une Note récente ([1]) M. Daniel Berthelot a montré comment on peut retrouver, par un calcul où il utilise les données numériques de nos expériences sur la compressibilité et la densité des gaz, les résultats que nous avons obtenus, M. Sacerdote et moi, dans l'étude du mélange des gaz.

» L'accord du calcul et de l'expérience est particulièrement remarquable en ce qui concerne le mélange $CO^2 + SO^2$. M. Berthelot trouve en effet que ce mélange effectué à 0°, sous la pression atmosphérique, doit donner lieu à une augmentation de volume (ou de pression) de 0,0019, alors que les nombres obtenus par nous sont compris entre 0,0018 et 0,0019.

» L'écart peut être attribué aux erreurs, très petites mais nombreuses, des diverses expériences, aussi bien qu'à l'imperfection de la loi de Van der Waals et du principe sur lequel s'appuie M. D. Berthelot.

» Je dirai même plus : à mon avis la coïncidence est trop parfaite, grâce à ces diverses causes.

» Je crois utile d'insister à ce sujet sur un point que j'ai déjà fait ressortir : *bien que les données critiques des gaz mélangés, que le calcul fait intervenir seules, jouent le rôle principal pour les gaz faciles à liquéfier, il faut tenir compte aussi, en général, de leur atomicité et de leur masse moléculaire.*

» J'ai montré, en effet, que le mélange de l'azote et de l'argon pour former l'azote atmosphérique donne lieu à une augmentation de volume de 0,0001 environ, que l'on ne trouverait pas en appliquant le calcul de M. D. Berthelot.

» D'autre part, il ressort de mes diverses expériences relatives à la composition de l'eau que le mélange $H^2 + O$ a lieu avec une augmentation de volume de 0,00025 environ, tandis que ce même calcul donne seulement 0,00004. »

([1]) *Comptes rendus*, séance du 13 juin 1898.

PHYSIQUE. — *Sur la chaleur spécifique de l'air à pression constante.* Note de M. **A. Leduc**, présentée par M. Lippmann.

« D'après Regnault, la chaleur spécifique C de l'air sous la pression atmosphérique est sensiblement indépendante de la température et égale à 0,2375.

» Ayant à faire usage, dans une prochaine Note, de cette chaleur spécifique, je désire appeler l'attention sur une erreur importante, qui ne paraît pas avoir été signalée jusqu'ici.

» Après avoir constaté [1] que la détente du gaz entre le régulateur de débit et l'atmosphère a lieu pour les trois quarts dans le réchauffeur et pour un quart seulement dans le calorimètre, Regnault recherche directement si la détente dans ce dernier produit une absorption de chaleur sensible.

» A cet effet, il remplace le réchauffeur par un bain d'eau à une température voisine de celle du calorimètre, et opère exactement comme pour déterminer une chaleur spécifique.

» Mais il calcule au contraire, au moyen de celle-ci déjà connue et des divers renseignements accoutumés, la température finale du calorimètre, corrigée du refroidissement, etc.

» Dans un premier essai où 130^{gr} d'air sont débités en six minutes, la température du calorimètre s'élève de 0°,35, tandis que le calcul donne 0°,40. Il y a donc un déficit de 0°,05. Or, dans l'expérience correspondante (c'est-à-dire dans laquelle la même masse d'air est débitée dans le même temps, le réchauffeur étant à 180° environ), la température s'élevait de 8°.

» L'effet de la détente était donc $\frac{1}{160}$ environ de la quantité mesurée.

» Dans un deuxième essai à blanc où 163^{gr} d'air s'écoulent en sept minutes, Regnault constate un déficit de 0°,07 alors que dans l'opération correspondante l'élévation de température est de 11°,2. L'effet de la détente est encore de $\frac{1}{160}$.

» C'est sans doute par inadvertance que Regnault déclare cet effet négligeable puisqu'il écrit ses nombres avec cinq décimales.

» Quoi qu'il en soit, les résultats de Regnault, relatifs à l'air, sont entachés d'une erreur systématique, du fait de la détente, d'environ $\frac{1}{160}$. Son résultat moyen 0,2375 doit donc être porté à 0,239, indépendamment de toute autre considération, et tout porte à croire que ce nombre est approché par défaut.

---

[1] *Relation des expériences*, t. II, p. 106.

» Notons que c'est justement le nombre trouvé par E. Wiedemann ([1]) comme moyenne de résultats partiels compris entre 0,2374 et 0,2414.

» J'aurai l'occasion de revenir sur la chaleur spécifique de l'anhydride carbonique. »

PHYSIQUE. — *Sur la radiation des manchons à incandescence.* Note de MM. **H. Le Chatelier** et **O. Boudouard.**

« Pour expliquer le rendement lumineux élevé des becs Auer de nombreuses théories ont été proposées, invoquant toutes quelques phénomènes exceptionnels. Nous nous proposons de montrer ici que chacune de ces théories est en contradiction avec l'observation directe des faits et que les lois ordinaires du rayonnement suffisent pour rendre compte du fonctionnement des manchons à incandescence.

» La *luminescence*, c'est-à-dire une sorte de fluorescence par laquelle certaines radiations des corps incandescents seraient transformées en radiations de longueur d'onde différente, sert de base à l'explication la plus souvent donnée de l'éclat considérable des manchons aux terres rares. Cette théorie a été formulée la première fois par MM. Nichols et Snow ([2]) pour expliquer l'incandescence de l'oxyde de zinc; elle suppose que, pour certaines radiations, le pouvoir émissif du corps est supérieur à l'unité. Ces savants se sont contentés de montrer que le pouvoir émissif de l'oxyde de zinc était supérieur à celui du platine; mais, comme celui-ci n'est que de 0,25, la preuve n'est pas concluante. Nous avons étudié le pouvoir émissif de smanchons Auer en recouvrant la surface d'un couple thermo-électrique d'une pâte de même nature et mesurant le rapport de l'intensité de la radiation superficielle à celle du fond de fissures mettant à nu le platine. Les nombres obtenus ainsi sont erronés par excès à cause du défaut de profondeur des fissures qui ne réalisaient pas rigoureusement une enceinte close à température uniforme.

Température.	Rouge $\lambda = 659$.	Vert $\lambda = 546$.	Bleu $\lambda = 460$.
1200°	0,25	0,40	1
1600°	0,50	0,80	1

([1]) *Philosop. Mag.*, 5e série, t. II, p. 94, 1876.
([2]) *Phil. Mag.*, t. XXXIII, p. 19; 1892.

» Des résultats semblables ont été obtenus en comparant à température égale la radiation des manchons à celle de l'oxyde magnétique de fer qui, au moins dans le rouge et le vert, se comporte comme un corps sensiblement noir.

» Le pouvoir émissif des manchons étant, à toute température et pour toute radiation, inférieur à l'unité, il n'y a pas lieu d'admettre l'existence du phénomène spécial de luminescence. On a seulement affaire à un corps dont le pouvoir émissif est différent d'une radiation simple à une autre et varie inégalement avec la température. C'est le cas de tous les corps colorés sans exception, et il n'y a peut-être pas dans la nature un seul corps qui ne soit plus ou moins coloré.

» Un *pouvoir émissif* exceptionnel a été indiqué par S. John [1] comme la cause principale du rendement lumineux du manchon. En fait, son pouvoir émissif est inférieur à celui de beaucoup d'autres corps tels que Fe^3O^4, U^2O^3, etc., dont le rendement est au contraire très faible. Ce rendement, d'ailleurs, devrait plutôt varier en raison inverse du pouvoir émissif, comme le montre l'éclat de la chaux et de la magnésie employées pour la lumière oxhydrique. Le faible pouvoir émissif de ces corps les oblige à prendre une température plus élevée pour pouvoir diffuser par rayonnement l'énergie qu'ils reçoivent au contact des gaz chauds, et l'on sait que plus la température est élevée, plus la proportion relative des radiations lumineuses devient grande, au moins dans le cas des corps non colorés.

» Voici quelques résultats obtenus en plaçant au même point de la flamme d'un brûleur Bunsen la soudure d'un couple, aplatie en un disque de 1mm,5 de diamètre et recouverte de différents oxydes. Les intensités sont exprimées en prenant comme unité la radiation correspondante du platine fondant.

Corps.	Température.	Rouge.	Vert.	Bleu.
Platine...........	1290°	$10^{-2} \times 8,5$	$10^{-2} \times 4$	$10^{-2} \times 1,4$
Oxyde de fer......	1080	1,5	0,48	0,1
Manchon Auer.....	1380	7,0	12,5	12,5
Oxyde de thorium.	1290	1,45	1,4	0,3
Oxyde de cérium..	1110	1,90	0,7	0,15
Oxyde d'urane.....	1070	0,30	0,25	0,05
Oxyde de lanthane.	1250	4	3,1	1,8

(1) *Wied. Ann.*, t. LVI, p. 433; 1898.

» On voit que le platine, par exemple, dont le pouvoir émissif est le quart de celui du fer, donne cependant dix fois plus de lumière.

» Une *température* extraordinairement élevée du manchon, supérieure à 2000°, serait, d'après M. Bunte [1], la cause principale de son éclat. Cette température résulterait d'une action catalytique des oxydes qui provoquerait la combustion dans les pores mêmes du manchon. Nous avons reconnu qu'en réalité, à une température donnée, l'éclat est le même, que la matière incandescente soit chauffée dans un mélange gazeux en combustion ou dans des fumées chaudes, mais déjà complètement brûlées. Là où les réactions de combustion sont achevées les actions de présence ne peuvent jouer aucun rôle.

» En outre, la température n'est pas exceptionnellement élevée; elle ne diffère pas, aux erreurs expérimentales près, de celles des particules du charbon en suspension dans la flamme ordinaire du gaz, soit en nombres ronds 1650°. Pour déterminer cette température nous avons comparé l'éclat des filaments d'un bec Auer ordinaire, petit modèle, en service depuis plusieurs mois, avec l'éclat d'une matière semblable placée sur la soudure d'un couple.

» L'éclat en fonction de celui du platine a été, pour un filament de la partie moyenne de la région brillante d'un bec Auer :

Rouge.	Vert.	Bleu.
$10^{-2} \times 23$	$10^{-2} \times 42$	$10^{-2} \times 41$

» L'éclat de la même matière placée sur un couple a été :

Température.	Rouge.	Vert.	Bleu.
1100°	$10^{-2} \times 0,23$	$10^{-2} \times 0,17$	$10^{-2} \times 0,13$
1300	1,9	3,1	2
1500	14	28	17
1700	35	78	40

» La température du manchon résultant de la comparaison de ces chiffres varie de 1590° à 1710° suivant la radiation utilisée; cet écart donne une idée du degré d'approximation que comportent de semblables expériences.

» En résumé, la théorie du bec Auer peut être ainsi formulée : le manchon est composé d'une matière dont le pouvoir émissif à la température

---

[1] *Ber.*, XXXI, 5 (1897).

où il fonctionne est différent pour les différentes radiations, c'est donc, au moins à cette température, ce que l'on appelle un *corps coloré*. Son rendement avantageux résulte de ce que son pouvoir émissif très grand, voisin de l'unité pour les radiations bleue, verte et jaune, est moindre pour le rouge, et sans doute beaucoup plus faible encore dans l'infra-rouge. La proportion d'énergie rayonnée sous forme de radiations visibles est par suite très grande; cependant la valeur absolue de l'énergie ainsi rayonnée sous forme lumineuse est moindre que celle qui serait émise par un corps noir pris à la même température. Mais un corps noir semblable placé dans les mêmes conditions de chauffage et avec une même étendue de surface rayonnante prendrait seulement une température beaucoup plus basse et n'aurait alors qu'un rendement lumineux très faible. »

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'hydrogène sur le sulfure d'argent et réaction inverse* [1]. Note de M. **H. Pélabon**, présentée par M. Troost.

« Le sulfure d'argent peut être réduit par l'hydrogène. Ce fait a été mis en évidence, en 1879, par M. Margottet, qui a montré qu'il suffit de chauffer le sulfure d'argent cristallisé pendant quelques heures, vers 500°, en tube scellé, dans une atmosphère d'hydrogène, pour constater la réduction. L'argent mis en liberté est sous forme de fils très fins, semblables à l'argent filiforme de la nature.

» Inversement, l'hydrogène sulfuré attaque l'argent, comme l'a montré M. Berthelot.

» Le but de cette Note est de rendre compte d'expériences entreprises pour étudier ces deux réactions inverses.

» Des tubes scellés, renfermant de l'hydrogène sulfuré et de l'argent, ou de l'hydrogène et du sulfure d'argent, sont maintenus pendant un temps suffisamment long à une température fixe. Au bout de ce temps, on les refroidit brusquement. L'analyse du mélange gazeux contenu dans les tubes donne la proportion d'hydrogène sulfuré qu'ils renferment à la température de l'expérience :

» 1° Dans un système qui renferme initialement de l'hydrogène et du sulfure d'argent, il se forme, à une température supérieure à 250°, de l'hy-

(1) Institut de Chimie de la Faculté des Sciences de Lille (laboratoire de Chimie générale).

drogène sulfuré dont la proportion dans le mélange *croît* d'abord avec le temps, puis demeure *invariable*.

» 2° Dans un tube où l'on a enfermé, au contraire, de l'hydrogène sulfuré et de l'argent métallique, la proportion d'hydrogène sulfuré *diminue*, par suite de la formation de sulfure d'argent et d'hydrogène, jusqu'à *une certaine valeur limite*.

» 3° *Pour une même valeur de la température, supérieure à* 350°, *les deux limites sont identiques*.

» Les deux réactions en question se limitent l'une l'autre, et, dans ces conditions de température, on peut observer une série d'états d'équilibre du système :

Argent, sulfure d'argent, hydrogène, hydrogène sulfuré.

» Désignons par ρ le rapport de la pression partielle de l'hydrogène sulfuré à la pression totale du mélange.

» *La valeur de ce rapport diminue lentement quand la température s'élève*. La courbe représentative des valeurs de ρ en fonction de la température se rapproche de l'axe des abscisses à mesure que la température va en croissant; entre 360° et 700°, cette courbe se confond avec une portion de droite qui passe par les points

$$[\rho = 0,21,\ t = 360°], \qquad [\rho = 0,16,\ t = 700°].$$

» Ces résultats sont en complet accord avec la loi du déplacement de l'équilibre par les variations de la température si l'on admet que la réaction

$$Ag^2S(\text{cristallisé}) + H^2(\text{gaz}) = H^2S(\text{gaz}) + Ag^2(\text{solide})$$

qui, à 15°, est exothermique, l'est encore à la température de nos expériences.

» 4° Quel que soit le système initial, *l'équilibre est obtenu en un temps d'autant plus long que la température est plus basse*. Tandis qu'à 360° il faut cent soixante heures pour atteindre la composition limite, à 440° il ne faut plus que quarante heures, et à 580° il faut à peine quelques minutes.

» 5° Aux températures supérieures à 580° l'équilibre s'établissant en un temps comparable à la durée du refroidissement des tubes, il faut tourner la difficulté de la manière suivante : Le tube employé sort, en grande partie, du fourneau de manière que l'une de ses extrémités puisse être

tenue à la main [1]. L'équilibre étant établi, on retire brusquement le tube du fourneau, et on le tient verticalement, l'extrémité froide étant en bas. Le morceau d'argent sulfuré tombe alors dans cette portion froide et se refroidit assez brusquement pour que le mélange gazeux n'ait plus d'action sensible sur lui.

» 6° *Pour une valeur déterminée de la température, la valeur limite de ρ est indépendante de l'état physique de l'argent ou du sulfure d'argent.*

» 7° *Cette valeur limite est encore la même si, dans le tube scellé, on met initialement du soufre, de l'argent et de l'hydrogène.*

» 8° Nous avons pu observer que, dans la réaction de l'hydrogène sur le sulfure d'argent, l'argent mis en liberté ne se présente sous forme de fils que si la température est inférieure à 580°.

» Aux températures plus élevées, les morceaux de sulfure d'argent sont recouverts, à la fin de l'expérience, d'une couche presque uniforme d'argent métallique.

» Les plus beaux échantillons d'argent filiforme sont obtenus quand on chauffe le sulfure d'argent cristallisé et l'hydrogène, en tube scellé, à 440°.

» Si l'Académie veut bien nous le permettre, nous donnerons, dans une prochaine Note, les résultats d'expériences entreprises sur l'action de l'hydrogène sulfuré sur l'argent à des températures inférieures à 350°. »

THERMOCHIMIE. — *Sur la chaleur de formation du carbure de lithium* [2]. Note de M. **Guntz.**

« Pour déterminer la chaleur de formation de ce composé, il suffit de mesurer la chaleur dégagée par la dissolution dans l'eau d'un poids connu de carbure de lithium; j'ai trouvé ainsi que, vers 17°,

$$C^2Li^2 \text{ sol.} + nH^2O \text{ liq.} = 2LiOH \text{ diss.} + C^2H^2 \text{ gaz dégagé} \ldots\ldots +37^{Cal},10$$

Ce nombre est la moyenne de trois expériences ayant donné

$$+36,65, \quad +37,27, \quad +37,25.$$

---

[1] Ce mode opératoire n'a pas d'inconvénient, car nous avons observé que l'expérience conduit aux mêmes résultats si l'on chauffe le tube dans toute son étendue ou seulement dans l'une de ses parties.

[2] Travail fait à l'Institut chimique de Nancy.

» Pour éviter la correction due à la solubilité de l'acétylène dans le liquide calorimétrique, la décomposition se faisait dans un appareil en verre plongé dans le calorimètre : C^2H^2 se dégageant librement dans l'atmosphère. On vérifiait chaque fois par titrage la quantité de carbure réel employé. Dans deux expériences on a tenu compte du carbone libre, dans la troisième on avait du carbure pur.

» Cette donnée suffit pour calculer la chaleur de formation du carbure de lithium connaissant la chaleur de dissolution dans l'eau du lithium.

» J'ai ainsi trouvé :

$$C^2 \text{ diamant} + Li^2 \text{ sol.} = C^2Li^2 \text{ sol.} \ldots\ldots \quad +11^{Cal},3$$

» Ce nombre est considérable; il est beaucoup plus grand que les valeurs correspondantes trouvées pour CaC^2 et NaC^2; il explique la facilité de formation de ce composé dans diverses circonstances.

» Pour préparer Li^2C^2, j'ai chauffé du lithium métallique avec du carbone, mais pour réussir il y a un certain nombre de précautions à prendre. Dans un tube de porcelaine vernissée, on place un deuxième tube en verre peu fusible et, dans ce deuxième tube, on met la nacelle en fer contenant le mélange de carbone et de lithium (en général, poids égaux des deux substances). On ferme alors le tube de porcelaine avec de bons bouchons et l'on fait le vide dans l'appareil que l'on porte ensuite au rouge sombre pendant une demi-heure.

» Si l'on prend comme carbone du charbon de sucre, même fortement calciné, il y a combinaison avec incandescence lorsqu'on opère sur 2^{gr} ou 3^{gr} de lithium par suite de la formation de LiH; l'acétylène préparé avec ce composé renferme toujours des traces d'hydrogène. Le carbure de lithium se produit aussi, mais sans incandescence, lorsqu'on emploie du carbone ayant été chauffé dans l'arc électrique, ou du graphite de fonte. Il se forme également avec le carbone diamant.

» Pour le montrer, j'ai chauffé dans le vide, dans un tube de verre et dans une nacelle en fer, des fragments de diamant taillé; on constate après, en regardant le diamant au microscope, la disparition du poli par suite de la formation de figures d'érosion caractéristiques de l'attaque.

» Dans la préparation du carbure de lithium, il faut employer un double tube, parce que sans cette précaution, les vapeurs de lithium, attaquant le tube de porcelaine, en provoquent presque toujours la rupture : le vide est nécessaire, car au rouge le lithium absorbe tous les gaz sauf l'argon. On ne doit pas chauffer au rouge vif le tube, car, dans le vide, le carbure de li-

thium se dissocie trop rapidement en carbone et lithium; la dissociation commence déjà dans le vide au rouge sombre.

» En opérant ainsi on obtient une masse grise, quelquefois colorée en jaune par un peu de fer, qui est le carbure de lithium cherché. Si l'on chauffe trop longtemps, il est sali par du charbon.

» Je n'ai pu obtenir ce composé par la méthode ayant permis à M. Matignon de préparer le carbure de sodium pur, par suite de la facilité avec laquelle le lithium fondu attaque le verre, ni par le procédé de M. Moissan, ne disposant pas de l'énergie électrique suffisante.

» En chauffant électriquement 1^{gr} à 2^{gr} du mélange de $C^2 + Li^2CO^3$ indiqué par M. Moissan, j'ai volatilisé toujours totalement le carbonate de lithine sans obtenir trace de carbure de lithium, ce qui tient à ce que la température assez élevée pour volatiliser Li^2CO^3 ne l'était pas assez pour le dissocier en ses éléments et donner du lithium libre, condition nécessaire pour obtenir du carbure.

» Le carbure de lithium possède une propriété intéressante : lorsqu'on le chauffe avec du chlorure de lithium fondu, ou le mélange fusible $LiCl + KCl$, il se décompose en donnant $Li^2Cl +$ du charbon. Mais, à haute température, Li^2Cl se dissocie en donnant $LiCl + Li$.

» Le lithium attaque le carbone mis en liberté pour redonner du carbure; il y a donc, aux températures élevées, un équilibre : la réaction est réversible. Elle explique pourquoi on ne peut, pour électrolyser $LiCl$, employer une tige de charbon comme pôle négatif, car, à la température d'électrolyse, le lithium formé attaque le carbone pour donner du carbure qui, se diffusant dans la masse de chlorure, s'y décompose en donnant du charbon qui, en restant en suspension dans le liquide, empêche tout rendement convenable en lithium. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les fonctions organiques pouvant se combiner au sulfate mercurique. Cas des acétones.* Note de M. **G. Denigès.**

« I. Dans de précédentes Communications [1], j'ai montré que le sulfate mercurique pouvait fournir, avec la plus grande facilité, des combinaisons insolubles, bien définies, avec le thiophène et les carbures éthyléniques et qu'on pouvait utiliser ces propriétés soit pour le dosage pondéral

---

[1] *Comptes rendus,* 18 mars et 18 avril 1895; 18 avril et 1er mai 1898.

ou volumétrique de certaines de ces substances, soit pour la diagnose d'autres fonctions dérivées.

» Étant donné que les produits signalés plus haut comme pouvant se combiner au sulfate de mercure renferment des corps ou des groupements non saturés, $(=S)=$, ou à liaisons multiples, $C=C$, je me suis proposé de préparer des composés mercuriels du même ordre avec des fonctions chimiques agissant comme possédant des valences latentes ou de multiples liaisons.

» J'ai laissé évidemment de côté, dans cette étude, les fonctions organiques qui contractent des combinaisons avec d'autres sels mercuriques que le sulfate; telles sont :

» 1° Les *dérivés azotés* (amines grasses ou aromatiques, amides, alcaloïdes, albuminoïdes);
» 2° Les *dérivés sulfurés acycliques* (mercaptans, sulfures allyliques);
» 3° Les *phénols* (phénol ordinaire, tannins, etc.);
» 4° Les *carbures acétyléniques,* dont des combinaisons mercurielles diverses ont été décrites assez récemment par Kutscheroff.

» Ces combinaisons ont, en effet, été déjà étudiées, au moins en partie, et la plupart d'entre elles sont des dérivés de substitution, et non d'addition, comme celles dont il s'agit dans ce travail.

» Je réunis, dans le Tableau suivant, l'ensemble des principaux corps qui m'ont donné, avec le sulfate de mercure, des composés nettement définis.

Corps à valences latentes		*Thiophène et ses dérivés.*	
Corps à liaisons multiples	carbonées,	*Carbures éthyléniques* *Carbures benzéniques* *Carbures terpéniques*	*et leurs dérivés.*
	oxygénées et carbonées,	*Aldéhydes.* *Acétones.*	

» Le réactif mercurique que j'ai exclusivement utilisé pour ces recherches est le même que celui dont j'ai déjà donné la formule antérieurement, et qui est préparé en dissolvant 5^{gr} d'oxyde de mercure dans un mélange de 20^{cc} d'acide sulfurique et de 100^{cc} d'eau.

» J'indiquerai succinctement, aujourd'hui, les résultats qu'il m'a donnés avec les acétones de la série grasse.

» II. Lorsqu'on chauffe à l'ébullition, au réfrigérant ascendant, pendant deux à quatre minutes, une acétone grasse avec un *très grand excès* de

réactif mercurique (1^{cc} au plus d'acétone pour 250^{cc} de SO^4Hg), il se forme, soit dans le cours même de l'ébullition (acétone ordinaire, diéthylcétone), soit par le refroidissement (méthyléthylcétone), des composés insolubles ou très peu solubles dans l'eau et répondant à la formule générale

$$(SO^4Hg)^3.3HgO.CO.R'^2 = \begin{matrix} SO^4 \diagup Hg-O-Hg-O \diagdown & & \diagup R' \\ \diagdown Hg & C & \\ SO^4 \diagup \diagdown Hg-O-Hg-O \diagup & & \diagdown R' \end{matrix}.$$

La réaction est d'une extrême netteté avec l'acétone ordinaire: de plus, elle est absolument quantitative.

» Avec les acétones de condensation plus élevée, elle est accompagnée de phénomènes secondaires; les rendements sont plus faibles, et, par suite de l'oxydation d'une partie de l'acétone, du sulfate mercureux prend naissance, se précipite et souille le produit obtenu. Le fait est d'autant plus apparent qu'on s'adresse à une acétone plus riche en carbone; il se manifeste, en outre, par une coloration jaune du précipité qui, peu marquée pour la méthyléthylcétone, s'accentue rapidement pour des homologues supérieurs.

» La combinaison obtenue avec la diméthylcétone est, au contraire, parfaitement blanche, cristalline, entièrement soluble dans ClH et ne renferme pas de mercure au minimum.

» Cette dernière a fourni à l'analyse :

	Trouvé.	Calculé pour $(SO^4Hg)^2.3HgO.C^3H^6O$.
SO^4H^2 pour 100	15,15	15,10
Hg »	76,72	77,04
C »	2,96	2,77
H »	0,54	0,46

Lorsque, dans la préparation de ce produit, on emploie un excès d'acétone, on diminue considérablement le rendement, au point même d'empêcher la combinaison de se former.

» Ces divers composés cétoniques, mis en suspension dans l'eau et traités par un courant d'hydrogène sulfuré, régénèrent l'acétone qui leur a donné naissance. Des combinaisons analogues s'obtiennent avec d'autres corps à fonction cétonique, tels que l'acétylacétone, l'acide pyruvique, l'acide diacétone carbonique, etc. Je les étudierai ultérieurement.

» Dans un prochain travail, je montrerai les applications qu'on peut

faire de ces résultats à la recherche qualitative et au dosage de l'acétone ordinaire. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un mode général de préparation des éthers carboniques mixtes de la série grasse et de la série aromatique.* Note de MM. **P. Cazeneuve** et **Albert Morel**, présentée par M. Friedel.

« En faisant réagir le chlorocarbonate d'éthyle sur les phénols sodés ou potassés, MM. Fatianow ([1]), Richter ([2]), Bender ([3]) ont obtenu des éthers carboniques mixtes d'éthyle et de divers phénols.

» Nous sommes parvenus par une voie différente et plus pratique à produire ces carbonates mixtes, et *cela en chauffant au sein des divers alcools les carbonates neutres phénoliques en présence de certaines bases organiques.*

» Le carbonate de phényle, en particulier, $CO\langle{}^{OC^6H^5}_{OC^6H^5}$, chauffé avec de l'urée au sein des divers alcools homologues de la série grasse, donne des carbonates mixtes de phényle et de ces alcools divers. Nous avons pu ainsi obtenir avec de bons rendements les éthers carboniques phényliques mixtes des alcools méthylique, éthylique, propylique, propylique secondaire, isobutylique, isoamylique, et même le carbonate de phényle-allyle.

» Sauf le carbonate de phényl-éthyle, les autres éthers étaient encore inconnus.

» Quelques-uns de ces éthers sont obtenus très purs et donnent de bons chiffres à l'analyse. Quelques autres, et cela à mesure que l'on s'élève dans la série des alcools, sont plus difficiles à purifier par suite de la formation d'allophanates et d'uréthanes passant à la distillation même dans le vide.

» D'autres bases agissent dans le même sens que l'urée sans donner naissance à ces impuretés gênantes. C'est ainsi que l'aniline, le sulfanilate de soude, la diméthylaniline, la pyridine, la quinoléine, la diméthylpipérazine, chauffés avec du carbonate de phényle à l'ébullition pendant quelques heures, au sein d'un grand excès d'alcool éthylique, donnent du carbonate d'éthyle et de phényle.

([1]) *Jahresb.*, p. 477; 1864.
([2]) *Journ. f. prakt. Chem.*, 2e série, t. XXVII, p. 503 et 511.
([3]) *Deutsch. chem. Gesellsch.*, p. 696; 1880.

» En recourant aux autres carbonates de phénol, carbonates de gaïacol, de thymol, de crésol, etc., au sein des divers alcools, on obtient les carbonates mixtes corespondants.

» L'intervention des bases est nécessaire. Les carbonates phénoliques chauffés seuls au sein des alcools restent inaltérés. Le carbonate de phényle, chauffé pendant plusieurs jours, au sein de l'alcool à 93°, à l'ébullition, donne cependant un peu de carbonate mixte; mais la réaction est très lente. Les bases activent la réaction et même la déterminent pour les nombreux carbonates phénoliques que nous avons expérimentés.

» Sans nul doute les bases agissent en formant des alcoolates qui font la double décomposition suivant l'équation

$$CO\langle{}^{OC^6H^5}_{OC^6H^5} + \underbrace{C^2H^5.OH, C^5H^5Az}_{\text{Alcoolate de pyridine.}} = CO\langle{}^{OC^2H^5}_{OC^6H^5} + \underbrace{C^6H^5OH, C^5H^5Az.}_{\text{Phénate de pyridine.}}$$

» L'affinité de la base pour le phénol hâte la décomposition.

» De plus, le caractère acide-alcool de l'acide carbonique n'est pas étranger à cette formation de carbonate mixte, la décomposition s'effectuant préférablement sur le groupe acide de l'acide carbonique. Le groupe alcool de l'acide carbonique, éthérifié avec le phénol, est, suivant la règle générale, moins saponifiable et beaucoup plus stable.

» Comme nouvelle preuve du mécanisme que nous invoquons pour expliquer la formation de ces éthers carboniques mixtes, nous signalerons l'action tout à fait caractéristique des alcoolates sodés.

» La réaction a lieu rapidement et, dans la plupart des cas, à froid.

» En ajoutant une molécule d'éthylate de sodium dissous dans un excès d'alcool absolu à une molécule de carbonate de phényle dissous dans un mélange d'alcool et d'éther, on obtient 60 pour 100 de carbonate mixte. Il faut avoir soin de modérer la réaction en refroidissant, sans quoi on produirait du carbonate double d'éthyle. La réaction s'opère suivant l'équation très générale

$$CO\langle{}^{OC^6H^5}_{OC^6H^5} + C^2H^5.ONa = CO\langle{}^{OC^2H^5}_{OC^6H^5} + C^6H^5.ONa.$$

» Il suffit de fixer les conditions réactionnelles pour chaque cas particulier.

» De nombreux éthers carboniques mixtes de divers phénols et alcools

ont été ainsi préparés et seront bientôt décrits. Parfois, cependant, on obtient du carbonate double alcoolique.

» En résumé, la méthode générale la plus facile et la plus féconde pour préparer les éthers carboniques mixtes de la série grasse et de la série aromatique consiste *à faire réagir sur les carbonates des phénols les dérivés alcooliques sodés ou potassés, ou plus favorablement, dans certains cas, des solutions alcooliques de bases organiques.* »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les dérivés nitrés résultant de l'action de l'acide nitrique sur l'ouabaïne.* Note de M. **Arnaud**, présentée par M. Friedel.

« L'acide nitrique concentré oxyde complètement l'ouabaïne à froid ou à chaud avec formation d'acide oxalique et dégagement de gaz acide carbonique, tandis qu'il se produit une notable proportion de dérivés nitrés amorphes, insolubles.

» L'acide nitrique, étendu de son volume d'eau (densité 1,2), agit différemment : il ne se produit pas d'acide oxalique, et l'oxydation de l'ouabaïne n'est que partielle; elle est accompagnée d'une action hydrolytique et de la formation de dérivés nitrés insolubles, en partie cristallisables, et qui peuvent être, par conséquent, isolés et purifiés.

» L'un d'eux, celui qui se produit le plus abondamment, est obtenu en faisant réagir l'acide nitrique sur l'ouabaïne vers 50°-60°.

» On dissout, à froid, 100gr d'ouabaïne hydratée dans 300cc d'acide nitrique de densité 1,2 et l'on chauffe ensuite doucement jusqu'à 40° environ afin d'amorcer la réaction; dès que celle-ci est déclarée, la température monte spontanément à 70°-75°, tandis qu'il se dégage d'abondantes vapeurs nitreuses et une notable quantité de gaz carbonique. Si la température s'élève au-dessus de 75°, il faut refroidir légèrement afin de ne pas la dépasser sensiblement. Après quelques heures, l'oxydation semble terminée et il s'est formé un dépôt abondant de dérivés nitrés insolubles, agglomérés en gouttelettes fondues d'un jaune vif. Après un repos de quelques jours, on recueille le dépôt à la trompe et, après lavage avec de l'eau froide, on le sèche à basse température; le poids est d'environ 19gr à 20gr. En traitant ce produit par une petite quantité d'acétone bouillante, on obtient une masse cristalline, qui, essorée et séchée, donne un poids d'à peu près 9gr à 10gr d'un dérivé nitré, cristallisé en belles aiguilles. L'eau-mère acétone contient en dissolution une quantité à peu près égale d'un corps nitré coloré en rouge et très soluble dans les dissolvants neutres usuels.

» Le dérivé nitré ainsi obtenu est constitué par des aiguilles soyeuses, jaunâtres et anhydres. Il se dissout à peine dans l'eau, qu'il colore en jaune

pâle; il est peu soluble, même à chaud, dans l'alcool ordinaire et dans l'alcool méthylique; il se dissout bien dans l'acétone bouillante et beaucoup moins dans ce dissolvant froid; il est très soluble dans les solutions alcalines froides, qu'il colore en un rouge orangé intense.

» Il fond en se décomposant vers 300° et est entraînable par la vapeur d'eau.

» L'analyse du corps conduit à la formule $C^{23}H^{24}Az^2O^{10}$.

	Trouvé.			Calculé pour $C^{23}H^{24}Az^2O^{10}$.
Carbone........	56,46	56,48	56,59	56,55
Hydrogène......	5,07	5,09	5,03	4,92
Azote	5,89	5,85	5,98	5,74
Oxygène........	»	»	»	32,79
				100,00

» Ce dérivé se comporte comme un acide et forme des sels cristallisés. Les sels de sodium et de potassium sont très solubles dans l'eau; ces solutions sont rouge orangé intense. Le sel ammoniacal est moins soluble et peut s'obtenir facilement en fines aiguilles jaunes d'or. Le sel de calcium se prépare en faisant bouillir pendant quelques instants le dérivé nitré avec un excès de CO^3Ca en suspension dans l'eau; en filtrant la dissolution, le sel se dépose en aiguilles rouge orangé, peu solubles.

» Ce sel, séché dans le vide sec, contient :

	Trouvé.	Calculé pour $2H^2O$.
Eau....................	3,54	3,43

» Séché à 125° :

	Trouvé.	Calculé pour $(C^{23}H^{23}Az^2O^{10})^2Ca$.
Calcium................	3,947	3,94

» L'analyse du dérivé nitré et de son sel de calcium conduit à admettre la formule $C^{23}H^{24}(AzO^2)^2O^6$, sans qu'on puisse préjuger si ce corps est un phénol dinitré ou un acide.

» Le second dérivé nitré cristallisé s'obtient à froid seulement, en traitant l'ouabaïne par deux ou trois fois son poids d'acide nitrique, de densité 1,2. La réaction est longue à s'établir, car il ne faut pas dépasser la température de 15°. Elle dure plusieurs jours, avec dégagement de vapeurs nitreuses et de gaz carbonique; finalement, on

obtient environ 1 pour 100 de cristaux transparents mélangés avec cinq ou six fois leur poids du dérivé dinitré, étudié ci-dessus.

» La purification de ce corps est difficile, car il est presque insoluble dans tous les dissolvants neutres usuels ; seuls, les alcalis dilués le dissolvent bien en prenant une coloration orangée intense ; les acides précipitent le dérivé nitré sans altération.

» Ce corps fond vers 280° en se décomposant et donne des sels colorés.

» Le sel ammoniacal est particulièrement insoluble dans l'eau ; on l'obtient en dissolvant le dérivé nitré dans la soude étendue et en ajoutant à cette solution un léger excès de AzH^4Cl : le sel ammoniacal se précipite en petits cristaux anhydres jaunes, presque insolubles, s'il n'y a pas d'excès d'alcali libre en quantité appréciable.

» L'analyse conduit à la formule $C^{23}H^{24}AzH^4AzO^8$.

	Trouvé.	Calculé pour $C^{23}H^{24}AzH^4AzO^8$.
Carbone	59,66	60,00
Hydrogène	6,49	6,09
Azote	»	6,09
Oxygène	»	27,82
		100,00

» L'analyse du dérivé nitré a donné, d'autre part, les résultats suivants :

	Trouvé.	Calculé pour $C^{23}H^{25}AzO^8$.
Carbone	62,60	62,32
Hydrogène	6,05	5,64
Azote	3,24	3,16
Oxygène	»	28,88
		100,00

» Ce corps est donc le dérivé mononitré $C^{23}H^{25}(AzO^2)O^6$ correspondant au dérivé dinitré précédent et la formation de ces deux corps se fait évidemment aux dépens du principal produit de dédoublement hydrolytique de l'ouabaïne que je rappelle ici :

$$\underbrace{C^{30}H^{46}O^{12}}_{\text{ouabaïne.}} + H^2O = \underbrace{C^6H^{12}O^5}_{\text{rhamnose.}} + C^{24}H^{36}O^8.$$

» Mais le corps $C^{24}H^{36}O^8$, sous l'influence des acides étendus bouillants,

se déshydrate au fur et à mesure de sa production, en donnant un anhydride résineux $C^{24}H^{28}O^4$.

» Dans le cas de l'acide nitrique, au lieu de se déshydrater, le composé de dédoublement primitif et à l'état naissant s'oxyde et se nitre en même temps en donnant un dérivé mononitré et un dérivé dinitré, avec perte d'un atome de carbone éliminé à l'état d'acide carbonique.

» D'autre part, le liquide acide, duquel on a séparé les corps nitrés insolubles, contient encore, notamment, des produits d'oxdyation et des dérivés nitrés solubles en forte proportion, de l'acide cyanhydrique et des substances qui réduisent la liqueur de Fehling, même à froid.

» Je me réserve, du reste, de continuer incessamment l'étude de ces dérivés qui présentent un certain intérêt pour la connaissance de la constitution moléculaire du noyau toxique de l'ouabaïne. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les acides des essences de Géranium.* Note de MM. **Flatau** et **Labbé**, présentée par M. Friedel.

« Il n'existe qu'une Communication de MM. Barbier et Bouveault (*Comptes rendus*, t. CXIX, p. 281) et un travail du laboratoire de MM. Schimmel sur la recherche des acides existant, à l'état libre ou combinés aux alcools, dans les diverses essences de Géranium.

» Les odeurs différentes de ces essences provenant certainement, à notre avis, des éthers qu'on y rencontre, nous avons pensé qu'il serait intéressant de reprendre cette étude et de préciser la nature de ces acides.

» I. *Essence de Géranium d'Inde.* — 500^{gr} ont été saponifiés par une quantité convenable de potasse alcoolique à 5 pour 100 pendant une heure au réfrigérant ascendant. La majeure partie de l'alcool a été distillée dans le vide. On a repris par l'eau et lavé à l'éther cette solution aqueuse : en la décomposant par l'acide sulfurique étendu, on voit se former une couche surnageante huileuse. Cette couche, reprise par l'éther et séchée, a été distillée dans le vide. Après plusieurs fractionnements, on a séparé nettement deux portions :

» *a*. Bouillant à 125°-128° sous 32^{mm};

» *b*. Bouillant à 195°-200° sous 32^{mm}.

» La portion *a* présentant une odeur qui rappelle celle du géraniol, nous avons préparé son éther phtalique cristallisé (1) qui nous a donné le point de fusion + 47°. Cette portion est donc constituée par du géraniol pur.

(1) Flatau et Labbé, *Bulletin de la Soc. chim.*, 3e série, t. XX, n° 13.

» La portion *b*, ainsi séparée du géraniol, cristallise tout de suite, sous la forme d'une masse blanche. Cette masse, dissoute dans l'ammoniaque, est traitée par le chlorure de baryum; il se précipite un sel qui, décomposé par SO^4H^2 étendu, nous a fourni l'acide pur dont le point de fusion est 28°, 2.

» Nous avons constaté que le géraniol est extrêmement soluble dans cet acide et même dans les solutions de ses sels, ce qui explique la fraction importante de géraniol dont il était souillé et dont nous n'avons pu le séparer que par plusieurs fractionnements.

» Dans leur *Berichte* (octobre 1894), MM. Schimmel ont affirmé, comme résultat de leurs recherches sur 100^{kg} de cette essence, la présence de parties égales d'acide acétique et d'acide caproïque : comme ce dernier acide est huileux, on peut penser que la substance que MM. Schimmel ont eue en main était précisément ce mélange de géraniol et d'acide élevé, que nous avons séparés.

» Afin d'établir sa formule, nous avons analysé divers sels de cet acide :

» 1° *Sel d'argent*. — Obtenu, du sel ammoniacal, par précipitation avec AzO^3Ag, sous la forme d'un précipité très volumineux blanc jaunâtre, insoluble dans l'eau, même à chaud. Séché dans le vide à poids constant, il donne à l'analyse les résultats suivants:

	Calculé pour $C^{14}H^{27}O^2Ag$.	Trouvé.
Ag pour 100...................	32,15	32,09

» Ce sel d'argent, assez stable, fond à 191°-192° en se décomposant.

» 2° *Sel de baryum*. — Obtenu, du sel ammoniacal, par précipitation avec $BaCl^2$; il constitue une poudre blanche ne présentant pas de point de fusion. Séché à 100°, à poids constant, il donne les chiffres suivants :

	Calculé pour $(C^{14}H^{27}O^2)^2Ba$.	Trouvé.
Ba pour 100...................	23,18	22,72

» 3° *Sel de calcium*. — Obtenu par le même procédé; il constitue une poudre blanche qui, séchée à +100°, donne :

	Calculé pour $(C^{14}H^{27}O^2)^2Ca$.	Trouvé.
Ca pour 100.................	8,08	7,66

» 4° *Sel de cuivre*. — Obtenu par le même procédé; c'est une poudre vert bleu clair, fondant à 74°-75°. Séchée à 100°, elle perd de l'eau de cristallisation en prenant une teinte vert bleu foncé, qui devient violette si l'on continue à chauffer.

» Elle donne à l'analyse les résultats suivants :

» 1° *Dosage de l'eau de cristallisation*.

	Calculé pour $(C^{14}H^{27}O^2)^2Cu + H^2O$.	Trouvé.
H^2O pour 100......................	3,3	3,5

» 2° *Dosage du cuivre.*

		Calculé pour $(C^{14}H^{27}O^2)^2Cu + H^2O$.	Trouvé.
Cu pour 100........	1° sel séché dans le vide	11,8	11,6

		Calculé pour $(C^{14}H^{27}O^2)^2Cu$.	Trouvé.
Cu pour 100........	2° séché à 100°	12,21	12,15

» Ce sel cristallise donc avec 1 molécule d'eau.

» Toutes ces analyses concordent exactement avec la formule $C^{14}H^{28}O^2$. Nous avons du reste constaté que cet acide est saturé. Et comme le point de fusion de l'acide myristique est 53,8, on en peut conclure que l'on a affaire à un isomère. Nous avons du reste entrepris la recherche de sa constitution.

» Dans la solution aqueuse d'où l'on précipite cet acide, nous avons encore reconnu la présence d'acide acétique et de petites quantités d'acide butyrique.

» II. *Essence de Géranium Bourbon.* — L'essence précédente ne contient pas d'acides à l'état de liberté.

» L'essence Bourbon, contrairement aux indications données jusqu'ici, nous a fourni une réaction acide très manifeste. Traitée par du carbonate de soude, elle lui abandonne, d'ailleurs, une petite quantité d'un acide huileux, à odeur forte assez agréable, tout à fait insoluble dans l'eau.

» Par saponification ultérieure avec la potasse alcoolique et décomposition par un acide étendu, nous avons constaté la présence du même acide, combiné à l'état d'éther. La quantité totale est d'environ 0,5 à 1 pour 100 dont la moitié, à peu près, se trouve à l'état libre.

» De la solution ammoniacale de cet acide nous avons obtenu, par AzO^3Ag, son sel d'argent, sous la forme d'une poudre gris jaunâtre, qui fond à 158° en se décomposant.

» L'analyse du sel séché dans le vide nous a fourni les chiffres suivants :

	Calculé pour $C^{10}H^{17}O^2Ag$.	Trouvé.
Ag pour 100........................	38,9	39,2

» Le produit bromé, obtenu de cet acide, constitue une huile incristallisable.

» La solution ammoniacale de l'acide ne précipite pas par adjonction de $BaCl^2$, même après une ébullition prolongée.

» Quant aux acides moins élevés, combinés dans cette essence, ils sont constitués par de l'acide acétique et une petite quantité d'acide valérique. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de la cyanamide sur le chloranile en présence de la potasse*. Note de M. **H. Imbert**, présentée par M. Friedel.

« Dans une Note précédente, que j'ai eu l'honneur de communiquer à l'Académie ([1]), j'ai indiqué que l'action de la cyanamide sur le bromanile en présence de la potasse donnait un produit cristallisé vert de la formule

$$CAz^2 = C^6Br^2(OK)^2 = Az^2C, 2H^2O.$$

On peut obtenir une combinaison analogue avec le chloranile. Pour cela on prend $24^{gr},6$ (1 molécule) de chloranile finement pulvérisé, qu'on met en suspension dans 150^{cc} à 200^{cc} d'eau, tenant en dissolution $8^{gr},4$ (2 molécules) de cyanamide. L'addition par petits fragments de $22^{gr},4$ (4 molécules) de potasse caustique au liquide en ébullition fait apparaître une belle coloration verte à reflets jaunes comme avec le bromanile. La solution, filtrée et abandonnée au refroidissement, se prend en une masse cristalline qui, essorée et desséchée, se présente comme un feutrage d'aiguilles déliées de couleur vert brun à reflets mordorés. Une seconde cristallisation dans l'eau bouillante permet d'obtenir le corps suffisamment pur pour l'analyse. Les cristaux, examinés au microscope, paraissent, les uns verts, les autres brun jaunâtre. Séchés à 105°, ils perdent, d'après l'expérience, 9,5 pour 100 d'eau.

» Dans cet état de dessiccation, ils ont donné à l'analyse

C..... 29,02 Cl..... 21,20 Az..... 17,50 K..... 23,20

» La teneur théorique en C, Cl, Az, K pour la formule

$$CAz^2 = C^6Cl^2(OK)^2 = Az^2C,$$

correspondant au dérivé du bromanile, serait

C..... 28,80 Cl..... 21,32 Az..... 16,81 K..... 23,42

» Ce produit cristallisé avec $2H^2O$ contiendrait 9,73 pour 100 d'eau de

---

([1]) *Comptes rendus*, séance du 14 février 1898.

cristallisation. Or j'ai indiqué précédemment qu'il perd, à 105°, 9,59 pour 100 sans s'altérer.

» La solution aqueuse traitée par le nitrate d'argent donne un précipité brun qui, lavé à l'eau et séché, contient, d'après l'expérience, 45,47 pour 100 d'argent, alors que le dérivé diargentique $CAz^2 = C^6Cl^2(OAg)^2 = Az^2C$ contiendrait théoriquement 45,86 pour 100 de ce métal.

» Dissous dans l'eau, le dérivé potassique, porté à l'ébullition et traité par un excès de potasse, vire au rouge en donnant un abondant dégagement d'ammoniaque. Le liquide provenant de cette opération fait effervescence sous l'influence des acides et, concentré, abandonne des cristaux rouge foncé. Ceux-ci sont décomposés par l'acide chlorhydrique et donnent un précipité soluble dans l'alcool d'où il se dépose par évaporation spontanée en aiguilles orangées peu solubles dans l'eau, mais communiquant à ce véhicule une belle coloration rouge vineux. Ils constituent l'acide chloranilique

$$O = C^6Cl^2(OH)^2 = O.$$

» L'action de l'alcali sur le dérivé potassique de la cyanamide et de la tétrachloroquinone forme donc du chloranilate de potassium

$$O = C^6Cl^2(OK)^2 = O.$$

» Il en résulte que ce dérivé ne peut différer du sel précédent que par la substitution de deux fois le radical $(Az^2C)''$ aux deux atomes d'oxygène quinoniques. Si l'on admet avec Kehrmann (1) que la constitution de l'acide chloranilique est représentée par le schéma

```
        OH  Cl
        |   |
       C — C
      /     \
O = C         C = O,
      \     /
       C — C
       |   |
       Cl  OH
```

on sera amené à attribuer aux dérivés que j'ai obtenus les formules :

```
          Cl  OK                                   Br  OK
          |   |                                    |   |
         C — C                                    C — C
        /     \                                  /     \
CAz² = C        C = Az²C     et       CAz² = C        C = Az²C.
        \     /                                  \     /
         C — C                                    C — C
         |   |                                    |   |
         OK  Cl                                   OK  Br
```

---

(1) KEHRMANN, *Bull. Soc. chim.*, 3e série, t. IV, p. 69, et *Jour. f. prakt. Chem.*, 2e série, t. XLIX, p. 365-375.

» En faisant agir un acide sur le dérivé potassique du chloranile en dissolution dans l'eau, on obtient un liquide bleu d'abord, puis violet, se décolorant sous l'influence de l'anhydride sulfureux. Je ne suis point encore arrivé à isoler dans un état de pureté convenable le corps

$$CAz^2 = C^6Cl^2(OH)^2 = Az^2C,$$

agent de la coloration violette. Il se présente sous la forme de petits cristaux bleu noirâtre, mais toujours mélangés de cristaux rhombiques rouges. Ceux-ci se produisent pour les raisons que je vais indiquer.

» Dans certaines conditions encore mal définies, l'addition d'acide chlorhydrique concentré donne, avec le dérivé potassique, un abondant précipité avec dégagement gazeux. Ce précipité, bien lavé à l'eau distillée, séché et épuisé par l'éther acétique, se dissout en partie en colorant en rouge le dissolvant. Il reste un produit brun verdâtre, insoluble dans l'eau, l'alcool, l'éther, le benzène et la ligroïne. La solution éthéro-acétique évaporée donne un résidu brun très peu soluble dans l'eau qui, séché à 105°, m'a donné

C...... 35,75 H...... 1,2 Az...... 12,56 Cl... 29,91 pour 100.

» Si l'on admet que l'un des radicaux de la cyanamide, dans la formule $CAz^2 = C^6Cl^2(OH)^2 = Az^2C$, a été remplacé par un atome d'oxygène quinonique, on aura $CAz^2 = C^6Cl^2(OH)^2 = O$, qui exigerait théoriquement

C...... 36,0 H...... 0,85 Az...... 12,01 Cl..... 30,4 pour 100.

» Ce composé en dissolution dans l'eau ne donne plus, par la potasse, la coloration verte que l'on obtient avec le soluté violet.

» D'autre part, le corps vert insoluble dans l'eau fournit à l'analyse

C...... 37,35 H...... 0,95 Az..... 19,90 Cl.... 28,80 pour 100.

» Or si l'on suppose une combinaison avec élimination d'une molécule d'eau entre la fonction quinonique du corps rouge et deux fonctions phénoliques de deux molécules de l'acide $CAz^2 = C^6Cl^2(OH)^2 = Az^2C$, on arrive à la formule d'un acétal de la forme

```
                              Cl   OH
                              |    |
                             C == C
                            /      \
            CAz² == C <              > C == Az²C
                            \      /
                             C == C
       OH  Cl              /       |
       |   |              O        Cl
      C == C             /
     /      \           /
CAz² == C <    > C <
     \      /           \
      C == C             \
       |   |              O         Cl
       Cl  OH              \        |
                             C == C
                            /      \
            CAz² == C <              > C == Az²C
                            \      /
                             C == C
                             |    |
                             Cl   OH
```

pour lequel la théorie indique :

C........ 37,80 H........ 0,54 Az........ 19,20 Cl........ 29,2.

» Le produit se dissout d'ailleurs dans l'acide chlorhydrique et la solution rouge violacé, traitée par une quantité ménagée de potasse ou par l'ammoniaque, prend une coloration verte. »

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Contribution à la recherche du manganèse dans les minéraux, les végétaux et les animaux.* Note de M. **P. Pichard** (Extrait).

« Nous avons appliqué la méthode de recherche du manganèse que nous avons décrite dans une Communication précédente (14 février 1898) à un certain nombre de terres, de plantes et de produits du règne animal.

» Les terres ont été séchées, pulvérisées et incinérées.

» Les matières végétales ont été lavées, séchées, puis débarrassées des particules terreuses par secousse, frottement et tamisage, coupées en menus fragments et incinérées.

» Les produits animaux ont été lavés, débarrassés des matières végétales et minérales, coupés en menus fragments et incinérés.

» On a fait l'essai pour la recherche du manganèse sur $0^{gr},5$ environ de matière incinérée.

» Lorsque l'incinération est lente et pénible, soit par l'abondance de sels fusibles (graines, fleurs, plantes marines), soit par la production d'un charbon brillant et poreux (matières albuminoïdes, chair, sang), on détruit la matière charbonneuse en chauffant à siccité la cendre, à plu-

sieurs reprises, dans une petite capsule de platine ou de porcelaine avec quelques gouttes d'acide azotique pur.

» Cette opération est absolument nécessaire chaque fois qu'on opère sur des matières riches en chlorures; sinon, dans l'essai avec le minium, le chlore dégagé par l'ébullition avec l'acide azotique empêcherait la coloration rose de se manifester ou l'atténuerait plus ou moins.

» Quand on se borne à l'essai qualitatif dans les produits d'origine végétale et animale, on peut se dispenser de calciner la cendre avec le carbonate alcalin, et la traiter directement par l'acide azotique et le minium.

» *Résumé.* — Le manganèse paraît universellement répandu dans les sels végétaux, dans le règne végétal et dans le règne animal.

» Les sables marins provenant de roches silicatées en renferment notablement. Les Algues de mer, Fucus vésiculeux, Laminaires, en contiennent beaucoup. Nous l'avons rencontré dans un grand nombre de *familles végétales terrestres* :

Champignons. — Hyménomycètes à chapeau, Gastéromycètes, Ascomycètes, Lichens.

Mousses. — Mousses sur sol, sur arbres, sur murailles.

Filicinées. — Fougères des bois.

Conifères. — Pin maritime, Sapin puisapo, If, Cyprès.

Graminées. — Herbe de prairie, Froment, Orge, Avoine, Maïs.

Liliacées. — Poireau, Yucca, Asperge.

Urticacées. — Ortie, Houblon, Chanvre, Figuier, Orme.

Salicinées. — Peuplier, Tremble, Peuplier argenté.

Polygonées. — Sarrasin.

Chénopodées. — Atriplex.

Cupulifères. — Chêne, Châtaignier, Charme.

Renonculacées. — Anémone des prés.

Lauracées. — Laurier noble, Laurier palme.

Euphorbiacées. — Euphorbe vulgaire.

Buxacées. — Buis des jardins.

Tamariscinées. — Tamarix.

Crucifères. — Navet, Sauve, Chou.

Papavéracées. — Coquelicot.

Oxalidées. — Oxalide des murailles.

Crassulacées. — Joubarbe des murs et des sables.

Légumineuses. — Genêt, Ajonc, Haricot, Lentille, Luzerne, Sainfoin.

Rosacées. — Ronce, Fraisier, Prunier, Pommier.

Ilicinées. — Houx vulgaire.

Ampélidées. — Raisins, pousses de vignes.

Rhamnées. — Fusain commun.

Ombellifères. — Carotte.

Araliées. — Lierre de terre et d'arbre, Lierre à feuilles très découpées.

Cornées. — Aucuba du Japon.

Tricacées. — Bruyère.

Solanées. — Tabac, Pomme de terre.

Oléacées. — Lilas.

Labiées. — Menthe des jardins.

Plantaginées. — Plantain vulgaire.

Campanulacées. — Liseron des champs.

Rubiacées. — Aspérule, Café.

Composées. — Pâquerette, Bleuet, Seneçon.

» Parmi les plantes terrestres, les Champignons hyménomycètes à chapeau viennent au premier rang pour leur richesse en manganèse. D'autres Champignons, Gastéromycètes, Ascomycètes, Lichens, en sont aussi très chargés. Les Mousses en sont largement pourvues.

» Parmi les plantes vasculaires cryptogames, les Fougères en renferment beaucoup. Parmi les Gymnospermes, les Conifères sont riches en manganèse. Parmi les Angiospermes, nous voyons que les Graminées, les Légumineuses, les Rosacées, les Crucifères, les Ombellifères, les Ampélidées, les Solanées, les Liliacées, les Polygonées, les Urticacées sont riches en manganèse. Les arbres de nos forêts, Chêne, Orme, Charme, Châtaignier, Peuplier, en sont abondamment pourvus.

» Le manganèse paraît se concentrer dans les parties de la plante en activité végétative, dans les feuilles, les jeunes pousses. Nous l'avons trouvé en très faible quantité dans l'écorce du Pin maritime et dans celle de l'Orme, tandis qu'il abonde dans les feuilles et les jeunes pousses de ces arbres.

» Mais ce sont surtout les graines des plantes phanérogames qui en sont très chargées : Froment, Orge, Avoine, Maïs, Haricot, Sarrasin, Chènevis, Café, Figue, Prune, Raisin, Pomme, graines de Peuplier, ou encore, des bourgeons charnus, comme la Pomme de terre.

» Ce fait, rapproché de la présence en quantité considérable du manganèse dans les Hyménomycètes, à développement si rapide, nous porte à signaler le rôle physiologique que peut remplir le manganèse, surtout au début de la vie de la plante, germination et premier développement.

» Dans les *animaux*, le manganèse est en proportion bien moindre que dans les végétaux.

» Nous l'avons cherché et rencontré dans :

Méduse (Zoophytes).

Coquilles blanches (Acéphales) marines.

Escargots marins (Gastéropodes).

Os de seiche (Ptéropodes).

Carapace de crabe, *chair de langouste* (Crustacés).

Sardine fraîche (Poissons).

Os, œufs, viande de bœuf, sang de porc, cheveux et poils de barbe (Mammifères).

Crottin de cheval, bouse de vache.

» Nous remarquons que, dans l'œuf, le jaune en renferme beaucoup plus que le blanc, et que l'œuf en contient plus que la chair et le squelette, analogie qui rappelle ce que nous avons signalé à propos des graines.

» Les parties cornées et, d'une manière générale, les téguments et leurs

dépendances (valve, coquille, carapace, écailles, poils) en renferment notablement.

» Sans préjuger le rôle du manganèse dans la végétation de nos plantes cultivées, nous rappellerons que le fumier est très riche en manganèse et que le principal engrais employé sur le littoral de la Manche et de l'océan se compose de varechs abondamment pourvus de cette substance. »

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *De la digestion gastrique chez les Squales.* Note de M. **Émile Yung**, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« La classe des Poissons nous offre tous les degrés de différenciation du tractus intestinal, depuis l'intestin simple et dépourvu de glandes digestives localisées des Cyclostomes et de quelques Téléostéens, jusqu'à celui des Sélaciens, relativement compliqué et toujours muni d'un estomac, au sens histologique du mot.

» Chez les Squales, la muqueuse de l'estomac renferme des glandes profondes dont les cellules se rapprochent du type des cellules dites de *revêtement* (*Belegzellen* de Heidenhain) de l'estomac des Mammifères. Je n'ai rien à ajouter à la description qu'en ont donnée les auteurs (Pilliet, Cattaneo), sinon que leur volume diminue et que leurs granulations augmentent après un jeûne prolongé.

» Ces cellules sécrètent un suc épais et visqueux au début de la digestion, mais qui s'éclaircit plus tard et augmente progressivement d'acidité, jusqu'à un certain maximum, variable selon l'état de santé de l'animal et la nature des aliments qu'il digère. M. Ch. Richet [1] a insisté sur la forte acidité du suc gastrique de *Raja*, *Scyllium* et *Acanthias*, acidité qui se retrouve chez tous les Sélaciens examinés et qui s'explique par la nécessité de décalcifier les proies ingérées (carapaces de Crustacés, os de Seiche, etc.).

» Les excellentes installations du laboratoire de Zoologie expérimentale de Roscoff, mises libéralement à ma disposition par M. de Lacaze-Duthiers, et le fait que les pêcheurs roscovites capturent souvent des

---

(1) Ch. Richet, *Sur l'acidité du suc gastrique* (*Comptes rendus*, t. LXXXVI, p. 676; 1878). — Ch. Richet et Mourrut, *De quelques faits relatifs à la digestion des Poissons* (*Comptes rendus*, t. XC, p. 879; 1880). — Ch. Richet, *Ibid.* (*Archives de Physiologie*, p. 536; 1882).

Squales pour alimenter les Homards du vivier établi dans cette localité, m'ont permis, deux étés durant, de me procurer un nombre considérable de ces Poissons et de les observer vivants dans les bassins du laboratoire. Mes recherches ont porté sur les cinq espèces suivantes : *Scyllium catulus, Acanthias vulgaris, Lamna cornubica, Galeus canis* et *Carcharias glaucus*. En voici les principaux résultats :

» Les Squales pris en été ont toujours l'estomac plein de nourriture [1]. Ils digèrent rapidement. Après trois jours de diète au maximum, leur estomac s'est complètement vidé, mais sa muqueuse est encore acide, tandis que plus tard elle devient neutre, si le jeûne se prolonge. Cette muqueuse se détache facilement de la paroi musculaire, elle contient de fortes doses d'enzyme qu'on peut encore utiliser pour des digestions artificielles après que la muqueuse a été bien lavée, puis desséchée ou conservée dans la glycérine. L'enzyme agit à basse température, toutefois son action est plus énergique entre $+20^{\circ}$ et 30° qu'entre 0° et $+10^{\circ}$. A partir de 30°, son action diminue et cesse vers 50°, température qui le détruit. J'ai constaté, en outre, qu'il agit mieux au-dessous de 10° dans un milieu très acide, et mieux au-dessus de 20°, dans un milieu moins acide. Préparé par le procédé de Brücke, il présente le même aspect que la pepsine des Mammifères et n'agit d'ailleurs, comme elle, qu'en milieu acide.

» De nombreux essais m'ont conduit à fixer aux environs de 7 pour 1000 la proportion de H Cl la plus favorable pour la dissolution des substances albuminoïdes par la pepsine des Squales, à la température de $+15^{\circ}$. Ce chiffre, très supérieur à celui qui exprime la dose de H Cl, la plus favorable chez l'homme et le chien, correspond à la dose moyenne d'acide contenu dans le suc gastrique des cinq espèces étudiées. Le maximum de 11 pour 1000 trouvé par moi chez *Lamna cornubica* est inférieur à celui indiqué par M. Richet (15^{gr} de H Cl par litre).

» Le liquide contenu dans l'estomac en digestion est fort complexe. Outre du suc gastrique encore inutilisé, il renferme des graisses et des produits de la digestion des substances albuminoïdes. Parmi ces derniers, j'ai toujours rencontré une grande quantité de syntonine (précipitée par la neutralisation), des protéoses (précipitées par le sulfate d'ammoniaque en excès) et quelquefois, mais pas toujours, de la peptone, indiquée par la réaction du biuret. En faisant agir, *in vitro*, le suc stomacal mixte sur la

(1) Consistant surtout, à Roscoff, en Lançons (*Ammodytes tobianus*), en Calmars (*Loligo*) et en Poulpes (*Octopus*).

fibrine ou l'albumine pendant vingt-quatre heures, j'ai obtenu des doses notables de vraie peptone. En revanche, le suc gastrique fabriqué avec la muqueuse triturée dans H Cl à 7 pour 1000 transforme la fibrine en syntonine et en diverses protéoses, mais non en peptone.

» Quant à la dissolution de la chitine par le suc gastrique des Squales, admise par M. Richet, je n'ai pas réussi à la constater en digestion artificielle, même à chaud et en milieu très acide. Il est vrai qu'on ne trouve pas de chitine dans les fèces de ces Poissons et que l'étroitesse de leur *tube pylorique* s'oppose au passage de dépouilles chitineuses un peu considérables. Cependant, j'ai trouvé dans leur estomac des *plumes* de Calmar et des carapaces de Crustacés, non digérées, et, d'autre part, j'ai ramassé dans les bassins du laboratoire des résidus chitineux qui avaient été rejetés par les Squales. Peut-être ceux-ci se débarrassent-ils normalement par une sorte de vomition de la chitine non digérée. En tous cas, il est notoire que, chez nombre d'autres Poissons qui se nourrissent de Mysis, ou d'Entomostracés, les carapaces chitineuses sont rendues nettoyées et intactes et que, chez les *Scyllium*, de nombreux Nématodes habitent l'estomac sans en souffrir.

» Je ne puis que confirmer les conclusions de M. Richet, relatives à l'absence de diastase dans l'estomac des Squales. »

ZOOLOGIE. — *Sur le développement de l'*Acmœa Virginea. Note de M. **Louis Boutan**, présentée par M. de Lacaze-Duthiers.

« Entre la Patelle, type des Docoglosses cyclobranches, et les Rhipidoglosses (Pleurotomaire, Fissurelle, Haliotis, Troque, etc.), il existe des formes intermédiaires qui n'ont attiré l'attention des naturalistes que dans ces dernières années.

» L'une des plus curieuses est l'*Acmée*, qui rappelle par sa forme extérieure la Patelle. Malgré sa parenté évidente avec cette dernière, elle n'est pas cyclobranche, car elle n'a pas de branchie circulaire et présente, au contraire, une branchie cervicale comme les Rhipidoglosses.

» Le développement de cet animal était totalement inconnu; j'ai pu l'étudier cette année au laboratoire de Roscoff et suivre l'évolution de l'*Acmœa Virginea* depuis l'œuf jusqu'à l'adulte.

» La ponte de l'Acmée a lieu en avril et en mai. Il n'y a pas d'accou-

plement; les mâles et les femelles émettent à l'extérieur les produits sexuels par l'intermédiaire de la cavité branchiale.

» Les œufs ne sont pas agglutinés dans une glaire épaisse et se dispersent presque immédiatement dans le courant d'eau. Il n'y a donc pas de ponte de forme spéciale.

» Si l'on place les œufs dans des cuvettes, les larves qui en dérivent ne tardent pas à prendre une forme anormale et l'évolution complète ne paraît s'effectuer que dans l'eau courante.

» Grâce aux ressources de la station de Roscoff, j'ai pu installer dans les grands aquariums à courant continu des bacs-filtres, où le liquide fortement aéré ne peut s'échapper qu'après avoir filtré à travers une couche de sable. De cette manière, les embryons peuvent se nourrir aux dépens des algues qui se développent sur les parois; ils nagent dans l'eau courante, tout en restant emprisonnés dans un espace relativement restreint, où ils parcourent le cycle complet de leur évolution.

» Je ne puis songer à décrire ici le développement complet de l'*Acmœa Virginea;* je me contenterai de signaler deux faits importants, sur lesquels je désire appeler l'attention.

» Chez les Gastéropodes chiastoneures on explique généralement la torsion de la masse viscérale et d'une partie du système nerveux par la torsion de la coquille; or l'Acmée, chiastoneure, aussi bien à l'état larvaire qu'à l'état adulte, présente une coquille sans enroulement et tout à fait symétrique.

» On peut en conclure que *la torsion de la coquille n'est pas la cause nécessaire de l'enroulement de la masse viscérale et de la partie correspondante du système nerveux.*

» Il faut chercher une autre explication; l'étude du développement de l'Acmée le permet.

» *La cause de l'enroulement de la masse viscérale et de la partie correspondante du système nerveux réside dans le développement du pied.*

» En effet, à un stade très jeune chez l'Acmée, à la fin du deuxième jour de développement, au moment où la coquille commence à s'étendre, le pied est situé sur la face ventrale entre le voile et l'anus, qui vient de s'ouvrir. Il ne peut s'étaler vers le bas par suite du développement du bourrelet palléal et est redressé contre le voile.

» Quand la croissance de la coquille s'accentue, cette position anormale du pied devient encore plus sensible, mais elle ne tarde pas à se corriger.

Bientôt une rotation de toute la partie inférieure de l'animal se produit qui change les rapports précédents.

» Cette rotation est de 180°. Elle est facile à constater chez l'Acmée où la face primitivement ventrale de la coquille, mais qui va devenir dorsale, est bombée, tandis que la face primitivement dorsale, mais qui va devenir ventrale, est aplatie.

» Ceci démontre que *la torsion de la masse viscérale et de la partie correspondante du système nerveux peut se produire à un stade larvaire très jeune sans que la symétrie de la coquille en soit affectée.*

» Le second fait que je désire signaler se produit au moment où la larve de l'Acmée se transforme en adulte :

» Les Mollusques à coquille patelliforme présentent presque tous un crochet terminal ; mais ce crochet est tantôt tourné en arrière, comme dans l'Emarginule par exemple, tantôt tourné en avant, comme dans l'Acmée : si bien que, si l'on considère deux animaux présentant cette position inverse du crochet, on est tenté de croire qu'ils occupent une situation inverse par rapport à leur coquille, ou que, en d'autres termes, l'un d'eux est à l'envers dans sa coquille par rapport à l'autre.

» L'étude du développement de l'Acmée montre qu'il n'en est rien et que, *quelle que soit la position du crochet, les Mollusques ont toujours la même position relative par rapport à leur coquille.*

» En effet, en étudiant les larves qui se transforment en adulte, j'ai constaté que la coquille de l'Acmée constitue, comme d'habitude, d'abord le crochet terminal de la coquille de l'adulte.

» Le crochet est alors tourné en arrière, comme dans le cas de l'Emarginule ; mais bientôt la coquille larvaire se désagrège, laissant une sorte de cavité en partie comblée par la sécrétion de la nacre. En avant de cette cavité subsiste une sorte de promontoire qui donne naissance au crochet tourné en avant.

» Cette observation démontre que *la différence de position du crochet terminal dans les coquilles patelliformes ne constitue qu'une anomalie apparente sans retentissement sur l'organisation générale du Mollusque.* »

GÉOLOGIE. — *Sur les lacs de la Roche-de-Rame (Hautes-Alpes), du Lauzet (Basses-Alpes), de la Roquebrussanne et de Tourves (Var).* Note de M. **André Delebecque**, présentée par M. Michel Lévy.

« Poursuivant la mission qui m'a été confiée par M. le Ministre des Travaux publics, j'ai exploré, en mai 1898, une série de lacs peu connus et au sujet desquels je n'ai donné, dans mon Livre *Sur les lacs français,* que des renseignements incomplets. Ce sont :

» 1° Le lac de la Roche-de-Rame, dans les Hautes-Alpes, à une vingtaine de kilomètres au sud de Briançon. Ce lac, dont la superficie est d'environ 3^{ha}, se trouve dans une petite vallée parallèle à celle de la Durance, dont elle est séparée par une crête rocheuse étroite; il s'écoule au nord dans la Durance et est limité au sud par une moraine, à laquelle il paraît devoir son existence. Je lui ai trouvé, le 16 mai 1898, une profondeur de $16^{m},90$.

» 2° Le lac du Lauzet, près du village de ce nom, dans les Basses-Alpes. Ce lac, dont la superficie est d'environ 3^{ha}, se trouve, par rapport à la rivière de l'Ubaye, à peu près dans la même situation que le lac de la Roche-de-Rame par rapport à la Durance; mais, autant que l'on peut en juger par les affleurements visibles, il paraît être entièrement dans la roche en place. Il s'écoule souterrainement dans l'Ubaye par un canal artificiel, exécuté il y a plusieurs siècles. Je lui ai trouvé, le 15 mai 1898, une profondeur de $6^{m},80$; mais, le point le plus bas de la crête qui limite le bassin du lac étant à 16^{m} environ au-dessus du niveau de l'eau (1), la profondeur naturelle serait d'environ 23^{m}.

» 3° Les lacs de la Roquebrussanne et de Tourves, non loin de Brignoles, dans le Var.

» Les lacs de la Roquebrussanne, appelés encore lacs du Grand et du Petit Lautien, se trouvent à environ 3^{km} à l'est du village de la Roquebrussanne et consistent en deux entonnoirs de forme grossièrement circulaire, qui s'ouvrent comme des cratères au milieu d'une plaine sensiblement horizontale constituée par le muschelkalk et les marnes irisées (2). Ils n'ont

(1) D'après un nivellement de M. Escavy, conducteur principal des Ponts et Chaussées, au Lauzet.

(2) Voir la feuille *Draguignan* de la Carte géologique au $\frac{1}{80000}$, par M. Zürcher.

ni affluent, ni écoulement apparent. Le Grand Lautien a une surface d'environ 1^{ha}, et je lui ai trouvé, le 13 mai 1898, une profondeur de $29^{m},70$, la profondeur totale de l'entonnoir étant de $43^{m},50$ (¹); en hautes eaux, cet entonnoir paraît être à peu près plein et contient ainsi une masse liquide d'environ 43^{m} d'épaisseur. Le Petit Lautien, dont la surface est d'environ 67^{a}, avait, le même jour, une profondeur de $7^{m},20$, la profondeur totale de l'entonnoir étant de $30^{m},75$ (²); le niveau de ce dernier lac est loin d'ailleurs de s'élever comme celui du Grand Lautien; le lac est même quelquefois à sec. J'ajouterai que, malgré ses dimensions horizontales très restreintes et ses variations considérables de niveau, le Grand Lautien a, au point de vue thermique, les allures d'un véritable lac; car je lui ai trouvé, le 13 mai 1898, à la surface une température de $16^{o},8$ et au fond $7^{o},5$ seulement.

» Le lac de Tourves, dont la surface est de $3^{ha},70$ d'après le cadastre, se compose de trois bassins ayant pour profondeurs respectives $9^{m},40$, $6^{m},40$ et $12^{m},30$; cette dernière profondeur n'existe que dans un trou, qui s'ouvre au milieu de fonds d'environ 5^{m}. Il s'écoule à ciel ouvert dans la rivière le Caramy, qui passe à Brignoles.

» Comme je le dis dans mon Livre *Les lacs français* (p. 318), les lacs de la Roquebrussanne et de Tourves sont dans des entonnoirs qui paraissent dus à des effondrements provoqués par des dissolutions souterraines, très fréquentes dans les marnes irisées. Dans la même région et dans les mêmes terrains, des bassins d'effondrement se sont produits, il y a vingt ans, aux environs de Draguignan, au lieu dit *les Clapes*.

» Je dois en terminant adresser tous mes remercîments à MM. Escavy, conducteur principal des Ponts et Chaussées au Lauzet, Reynaud, conducteur à Brignoles, et Tissot, conducteur à Briançon, pour le concours qu'ils m'ont apporté pendant mes explorations. »

(¹) D'après un nivellement de M. Reynaud, conducteur des Ponts et Chaussées à Brignoles, qui a mesuré $13^{m},80$ entre le niveau de l'eau et le bord de l'entonnoir.

(²) D'après un nivellement de M. Reynaud, qui a mesuré $23^{m},55$ entre le niveau de l'eau et le bord de l'entonnoir.

RADIOGRAPHIE. — *Une méthode de mensuration de l'aire du cœur par la Radiographie.* Note de MM. G. **Variot** et G. **Chicotot**, présentée par M. Marey.

« Il est difficile, on le sait, de mesurer l'aire du cœur sur la paroi antérieure du thorax par la percussion ou par la phonendoscopie.

» La Radiographie peut être utilisée très simplement dans ce but.

» L'ombre radioscopique due à l'opacité relative du cœur dans le thorax a des contours assez nets limités par les rayons X tangents aux bords du cœur et venant tomber sur l'écran fluorescent.

» Il est aisé de tracer, avec un crayon, l'image radioscopique sur un papier calque superposé à l'écran; mais cette image ne représente pas la grandeur réelle de l'aire du cœur : elle est plus ou moins agrandie suivant la distance de la source lumineuse à l'écran et suivant la distance du cœur à l'écran récepteur.

» Voici par quel dispositif et par quel procédé nous obtenons l'aire réelle du cœur en corrigeant l'ombre radioscopiqne enregistrée sur le papier calque.

» Nos recherches faites à l'hôpital Trousseau ont porté jusqu'à présent sur les enfants :

» 1° L'enfant étant debout, nous appliquons la région antérieure du thorax contre l'écran placé à *poste fixe;* le tube de Crookes est disposé à *distance* convenable pour avoir une image aussi nette que possible; puis nous traçons au crayon sur le papier-calque les contours de l'image;

» 2° Nous mesurons avec une règle graduée la distance qui sépare l'anode, c'est-à-dire la source lumineuse, de l'écran;

» 3° Nous déterminons, d'après une Table dressée d'avance, la distance qui sépare les points les plus saillants des bords du cœur, tangents aux rayons X, de la peau du thorax en avant, c'est-à-dire de l'écran contre lequel elle est appuyée.

» Cette Table de correction a été établie empiriquement par des mesures faites sur les cadavres d'enfants de divers âges.

» Les bords les plus saillants du cœur en place dans le thorax sont constitués à gauche par la partie la plus antérieure du ventricule gauche, à droite par le contour de l'oreillette droite, en bas par le bord du ventricule droit.

» La distance qui sépare les bords droit et gauche du cœur de la surface de la peau

varie suivant l'âge : elle est de $2^{cm},5$ environ à dix-huit mois, de 3^{cm} à deux ans et demi, de 4^{cm} à cinq ans, de 5^{cm} environ à dix et douze ans.

» Connaissant cette distance des bords du cœur à la surface du thorax, nous pouvons corriger l'image radioscopique obtenue.

» Soient H la distance de la source lumineuse à l'écran, h la distance de la source lumineuse aux bords tangents du cœur (on aura h en défalquant de H la distance connue empiriquement des bords du cœur à la peau du thorax en avant); soit T l'un des diamètres de l'image radioscopique : nous aurons le diamètre réel du cœur en établissant la formule $\frac{H}{h} = \frac{T}{x}$.

» Pour contrôler les expériences faites sur le vivant nous avons opéré sur des enfants morts, et nous avons constaté que la grandeur du cœur donnée par le calcul équivalait à celle mesurée au compas sur le cadavre, à 2^{mm} ou 3^{mm} près.

» Il est possible de faire mécaniquement les corrections avec un instrument imaginé par l'un de nous (M. Chicotot). Il consiste dans une règle H graduée en millimètres, sur laquelle glissent à angle droit deux autres règles parallèles également graduées T, x.

» Pour faire une correction, on mesurera avec la règle parallèle inférieure T sur la règle axiale H une distance égale à celle de la source lumineuse à l'écran, puis on amènera l'autre règle parallèle x au-dessus de la première, à la distance même du cœur à la surface du thorax. En rabattant de l'extrémité de la règle H un ruban R, on marque sur la règle parallèle inférieure T une longueur égale au diamètre de l'image radioscopique apparente; du même coup, on lira sur la règle parallèle x la correction et le diamètre réel du cœur.

» Il sera aisé de corriger ainsi un nombre indéfini de diamètres de l'image radioscopique apparente et de trouver une série de points permettant de tracer le contour réel du cœur, en agissant comme pour le tracé d'une ellipse.

» Nous devons ajouter que, toutes choses égales d'ailleurs, les images radioscopiques du cœur, chez un même sujet, obtenues dans la station debout et dans le décubitus dorsal sont exactement superposables. »

RADIOGRAPHIE. — *Perfectionnement aux tubes employés en Radiographie.* Note de M. L. Bonetti.

« En faisant varier l'état du gaz raréfié à l'intérieur de l'ampoule, je suis parvenu à obtenir une moindre résistance et par conséquent à utiliser dans de bonnes conditions un tube qui était dur et de ce fait hors de service.

» Le moyen que j'emploie consiste à maintenir incandescent, pendant un temps plus ou moins long, un fil de platine plongé dans l'atmosphère de l'ampoule.

» J'emploie pour cela le courant électrique et je crée ainsi à l'intérieur du tube une véritable lampe à incandescence à filament de platine.

» Le tube sur lequel j'ai essayé cette modification était un tube bianodique fonctionnant avec un courant donnant de 15^{cm} à 20^{cm} d'étincelles. L'incandescence du filament de platine exigeait 2 à 3 ampères sous 4 volts, et j'ai dans ces conditions obtenu d'excellents résultats. »

M. **J.-J. Andeer** adresse une Note ayant pour titre : « Recherches sur les ostioles du système cérébro-spinal ».

M. **A. Chamereau** adresse une Note « Sur un fossile trouvé dans le jurassique oxfordien ».

A 4 heures un quart l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures et demie. M. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans la séance du 27 juin 1898.

Annales agronomiques, publiées sous les auspices du Ministère de l'Agriculture, par M. P.-P. Dehérain, Membre de l'Institut, Professeur de Physiologie végétale au Muséum d'Histoire naturelle, etc. Tome XXIV, n° 6. 25 juin 1898. Paris, Masson et Cie, 1898; 1 fasc. in-8°.

Revue générale de Botanique, dirigée par M. Gaston Bonnier, Membre de l'Institut, Professeur de Botanique à la Sorbonne. Tome dixième, livraison du 15 juin 1898, n° 114. Paris, Paul Dupont, 1898; 1 fasc. in-8°.

Recueil de données numériques, publié par la Société française de Physique : *Optique*, par H. Dufet, Maître de Conférences à l'École Normale supé-

rieure. Premier fascicule : *Longueurs d'onde. Indices des gaz et des liquides.* Paris, Gauthier-Villars et fils, 1898; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Wolf.)

Leçons sur la théorie des fonctions, par ÉMILE BOREL, Maître de Conférences à l'École Normale supérieure. Paris, Gauthier-Villars et fils, 1898; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Darboux.)

Les cancers épithéliaux. Histologie, Histogénèse, Étiologie, Applications thérapeutiques, par FABRE-DOMERGUE, Chef de laboratoire à la Faculté de Médecine de Paris. Paris, G. Carré et C. Naud, 1898; 1 vol. in-8°. (Présenté par M. Guyon.)

L'intermédiaire des Biologistes, organe international de Zoologie, Botanique, Physiologie et Psychologie. Directeur : ALFRED BINET. Directeur-adjoint : VICTOR HENRI. 1re année, 20 juin 1898, n° 16. Paris, Schleicher frères; 1 fasc. in-8°.

La Nature, Revue des Sciences et de leurs applications aux Arts et à l'Industrie. Directeur : HENRI DE PARVILLE. 26e année, n° 1308, 25 juin 1898. Paris, Masson et Cie; 1 fasc. in-8°.

Eclogæ geologicæ Helvetiæ. Recueil périodique de la Société géologique suisse. Vol. V, n° 2, juillet 1897. Lausanne, G. Bridel et Cie; 1 fasc. in-8°. (Hommage des auteurs.)

Theorie der kleinen Planeten, von MARTIN BRENDEL. Berlin, 1898; in-4°.

Yearbook of the United States Department of Agriculture. 1897. Washington, 1898; 1 vol. in-8°.

FIN DU TOME CENT VINGT-SIXIÈME.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1898.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME CXXVI.

A

B

C

D

E

F

G

L

M

N

O

P

Q

R

S

T

U

V

Y

Z

TABLE DES AUTEURS.

A

B

C

D

E

F

G

H

K

L

M

N

O

P

R

S

T

U

V

W

Y

Z

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
25415 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.